

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^{7\alpha} + (7\alpha)^n}{n^2 + 2}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 7$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq 7$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha < 1$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha < \frac{1}{7}$

2. La somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} n e^{-nx}$, $x > 0$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{(e^x-2)^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{x}{(e^x+1)^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{e^x}{e^x+1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{e^x-1}{(e^x+1)^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{e^x+1}{(e^x-1)^3}$

3. La serie di funzioni $\sum_{n=7}^{+\infty} (-1)^n 2^{n/4} (n+7)(\sin x)^{n+1}$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: converge puntualmente ma non uniformemente in $[0, \pi/4]$ $\boxed{\text{B}}$: converge totalmente in $[0, \pi/4]$ $\boxed{\text{C}}$: converge uniformemente ma non totalmente in $[0, \pi/4]$ $\boxed{\text{D}}$: converge totalmente solo in $[0, \pi/8]$ $\boxed{\text{E}}$: converge puntualmente in $[\pi/2, \pi]$ $\boxed{\text{F}}$: converge puntualmente in $[0, \pi/2]$

4. Sia $\{f_n(x)\}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \sqrt{n} x e^{-nx}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente a $f(x) = 0$ per ogni $x \in [0, 7]$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente a $f(x) = 0$ per ogni $x \in]-7, 7[$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente a $f(x) = 0$ in $[0, 7]$ (d) $\{f'_n(x)\}$ converge puntualmente per ogni $x \in [0, 7]$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a, b, c $\boxed{\text{B}}$: a, c, d $\boxed{\text{C}}$: a, c $\boxed{\text{D}}$: a, d $\boxed{\text{E}}$: b, c $\boxed{\text{F}}$: a

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = \frac{x+\pi}{2\pi}$, $x \in [-\pi, \pi[$. I coefficienti della sua serie di Fourier in forma **complessa** sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\gamma_0 = \frac{1}{2}, \gamma_k = \frac{(-1)^k i}{2\pi k}, \forall k \neq 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\gamma_0 = 1, \gamma_k = \frac{(-1)^k}{2\pi k}, \forall k \neq 0$ $\boxed{\text{C}}$: $\gamma_0 = \frac{1}{2}, \gamma_k = \frac{ik}{2\pi}, \forall k \neq 0$
 $\boxed{\text{D}}$: $\gamma_0 = \frac{1}{3}, \gamma_k = \frac{(-1)^k}{3\pi k}, \forall k \neq 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\gamma_0 = 2, \gamma_k = \frac{(-1)^k 2i}{\pi k}, \forall k \neq 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\gamma_0 = \frac{1}{2}, \gamma_k = \frac{i}{2k}, \forall k \neq 0$

6. Siano $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(2x)^\alpha}{x(\log(x+2))^\beta} dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq 0, \beta > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > 0, \beta \geq 1$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 1, \beta \leq 2$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > 1, \beta > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > 0, \beta > 1$
 $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0, \beta \leq 0$

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 7xe^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{7}{(p+2)^2(p-1)^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{7p}{(p^2-1)(p+2)^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p-1)^3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{7}{(p+1)(p+2)(p-1)^2}$
 $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{1}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p}{(p-1)^4}$

8. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$, $-1 < \alpha < 1$. Sia y la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x \frac{1-y^2}{1+y^2} \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$

Allora $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 2 $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{D}}$: $-\infty$ $\boxed{\text{E}}$: α $\boxed{\text{F}}$: 1

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

11 dicembre 2002

Compito 1

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F