

1. La serie numerica  $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n (1 - \tanh n)$

Risp.: **A** : converge semplicemente **B** : diverge positivamente **C** : diverge negativamente **D** : oscilla **E** : ha la successione delle ridotte non limitata **F** : converge assolutamente

2. La somma della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{n+2}}{(n+2)n!}$ ,  $x \in \mathbf{R}$  è

Risp.: **A** :  $(x-2)e^x + 2$  **B** :  $(x-1)^2 \sin(e^x) + 1$  **C** :  $(x-1)e^x + 1$  **D** :  $(x-1)e^{-x}$  **E** :  $xe^x$  **F** :  $(x-1) \sin x + x$

3. La serie di funzioni  $\sum_{n=0}^{+\infty} \left( \frac{x}{1+(n+1)x} - \frac{x}{1+nx} \right)$

Risp.: **A** : converge uniformemente a  $S(x) = -x$  in  $[0, 7]$  **B** : converge uniformemente a  $S(x) = x$  in  $[1, 3]$  **C** : converge puntualmente ma non uniformemente a  $S(x) = -x$  in  $[1, 4]$  **D** : converge puntualmente a  $S(x) = 0$  in  $[2, 4]$  **E** : converge uniformemente a  $S(x) = 0$  in  $[1, 3]$  **F** : nessuna delle precedenti

4. Sia  $\{f_n(x)\}_{n \geq 0}$  la successione di funzioni definita da  $f_n(x) = \frac{2^n x}{1 + n2^n x^2}$ ,  $x \in \mathbf{R}$ . Delle seguenti affermazioni

(a)  $\{f_n(x)\}$  converge puntualmente a  $f(x) = 1/x$  in  $\mathbf{R} \setminus \{0\}$  (b)  $\{f_n(x)\}$  converge puntualmente a  $f(x) = 0$  in  $\mathbf{R}$  (c)  $\{f_n(x)\}$  converge uniformemente a  $f(x) = 0$  in  $[0, 2]$  (d)  $\{f_n(x)\}$  converge puntualmente a una funzione discontinua in  $[-1, 1]$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : b **B** : a **C** : b c **D** : c d **E** : c **F** : d

5. Sia  $f$  la funzione  $2\pi$ -periodica definita da  $f(x) = \pi - |x|$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$ . I coefficienti  $\gamma_3$  e  $\gamma_{-1}$  della sua serie di Fourier in forma **complessa** sono

Risp.: **A** :  $\gamma_3 = \frac{1}{9\pi}$  e  $\gamma_{-1} = \frac{1}{\pi}$  **B** :  $\gamma_3 = \frac{2}{9\pi}$  e  $\gamma_{-1} = \frac{2}{\pi}$  **C** :  $\gamma_3 = -\frac{2}{9}$  e  $\gamma_{-1} = \frac{\pi}{2}$  **D** :  $\gamma_3 = \frac{2\pi}{9}$  e  $\gamma_{-1} = -\frac{2}{3\pi}$  **E** :  $\gamma_3 = -\frac{1}{3\pi}$  e  $\gamma_{-1} = \frac{2}{\pi}$  **F** :  $\gamma_3 = \frac{2}{3\pi}$  e  $\gamma_{-1} = -\frac{2}{\pi}$

6. Siano  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ . L'integrale improprio  $\int_0^{+\infty} \frac{\cosh x - 1}{(e^x - 1)^{2\alpha} x^\beta} dx$  converge se e solo se

Risp.: **A** :  $\alpha > 1/2$  e per ogni  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  $\alpha = 1/2$  e  $1 < \beta < 3$  **B** :  $\alpha \geq 1/2$  e  $\beta < 3$ ;  $\alpha < 1/2$  e  $1 < \beta \leq 2$  **C** :  $\beta > 2$  e per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}^-$ ;  $\beta = 2$  e  $\alpha \leq -1$  **D** :  $\alpha > 1/2$  e  $\beta < 3 - 2\alpha$ ;  $\alpha = 1/2$  e  $1 < \beta < 2$  **E** :  $\alpha \geq 1/2$  e  $\beta < 3 - 2\alpha$  **F** :  $\alpha \geq 2\beta$

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' + 4y' + 3y = 2x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$  è

Risp.: **A** :  $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4}{p^2(p+3)^2}$  **B** :  $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4(p+1)}{p^4(p-1)(p-3)}$  **C** :  $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4}{p^3(p+1)(p+3)}$  **D** :  $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p}{(p+2)(p-1)^3}$  **E** :  $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4}{p^3(p+1)^2(p-1)^2}$  **F** :  $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4}{p^3(p+1)^3}$

8. Sia  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $\alpha > -1$ .

Sia  $y = y(x)$  la soluzione del seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = (y-1) \log(1+y) \\ y(0) = \alpha \end{cases}$  Allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$  vale

Risp.: **A** : 1 se  $-1 < \alpha \leq 1$ ;  $+\infty$  se  $\alpha > 1$  **B** : -1 se  $-1 < \alpha < 0$ ; 0 se  $\alpha = 0$ ; 1 se  $\alpha > 0$  **C** : 0 se  $-1 < \alpha \leq 0$ ; 1 se  $0 < \alpha \leq 1$ ;  $+\infty$  se  $\alpha > 1$  **D** : -1 se  $-1 < \alpha < 1$ ; 1 se  $\alpha \geq 1$  **E** : 0 se  $-1 < \alpha < 1$ ; 1 se  $\alpha = 1$ ;  $+\infty$  se  $\alpha > 1$  **F** : -1 se  $-1 < \alpha < 1$ ; 1 se  $\alpha = 1$ ; 2 se  $\alpha > 1$ .

.....  
Cognome e nome

Firma

---

ANALISI MATEMATICA C

22 settembre 2003

Compito 1

- 
- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
  2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
  3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
  5. CONSEGNARE solo questo foglio.
  6. TEMPO a disposizione: 90 min.
- 
- 

*Risposte relative al foglio allegato.*

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F