

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\sum_{n=2}^{+\infty} (n^{1/(n^{\alpha-1})} - 1)$ converge se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha \geq 3/2$ **B** : $-2 \leq \alpha < 2$ **C** : $\alpha > 0$ **D** : $\alpha \geq 0$ **E** : $\alpha > 2$ **F** : $\alpha \geq 3$

2. La somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2}$, $0 < x < 1$, è

Risp.: **A** : $2 \int_0^x \frac{\log(1+t)}{t} dt$ **B** : $-\int_0^{x^2} \frac{\log(2-t)}{t} dt$ **C** : $\frac{\log(1+x)}{x^2}$ **D** : $\frac{\log(1-x)}{x}$ **E** : $-\frac{\log(1-x^2)}{x}$
F : $-\int_0^x \frac{\log(1-t)}{t} dt$

3. La serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\log(n^2 x) \sin(3nx)}{\sqrt{n^3 + 7x^2}}$

Risp.: **A** : converge totalmente in $[1, 4]$ **B** : converge uniformemente ma non totalmente in $[1, 3]$ **C** : converge puntualmente ma non uniformemente in $[1, 4]$ **D** : converge puntualmente **solo** in $[2, 4]$ **E** : converge uniformemente **solo** in $[1, 3]$ **F** : nessuna delle precedenti

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n \geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \arctan \frac{x}{x^2 + n^4}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente a $f(x) = 0$ in \mathbf{R} (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente a $f(x) = 0$ in \mathbf{R} (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente a $f(x) = \pi/2$ in \mathbf{R}^+ (d) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente a $f(x) = \arctan(1/x)$ in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (e) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente a $f(x) = 0$ **solo** in $[0, \alpha]$, con $\alpha \in \mathbf{R}^+$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a **B** : a b **C** : b **D** : a e **E** : c **F** : d

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = e^{-x} \in [0, 2\pi[$. I coefficienti della sua serie di Fourier in forma **complessa** sono

Risp.: **A** : $\gamma_k = \frac{1-e^{-2\pi}}{2\pi(1+ik)}$ **B** : $\gamma_k = \frac{1-e^{2\pi}}{2i\pi(1+k^2)}$ **C** : $\gamma_k = \frac{1+e^{-2\pi}}{\pi(1+ik)}$ **D** : $\gamma_k = \frac{1-e^{-\pi}}{2(\pi+ik)}$ **E** : $\gamma_k = \frac{1+e^{2\pi}}{2i\pi(2+k^2)}$
F : $\gamma_k = \frac{1+e^{-\pi}}{2\pi(1-ik)}$

6. Siano $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{\log^\alpha(1+x^2)}{(x)^{2\beta}} dx$ converge se e solo se

Risp.: **A** : $\beta \geq 1/2$ e $\alpha < -1$ **B** : $\beta \leq 1/2$ e $\alpha > -1$ **C** : $\beta > 1/2$ e per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$; $\beta = 1/2$ e $\alpha < -1$
D : $\beta > 1/2$ e per ogni $\alpha \in \mathbf{R}^-$; $\beta = 1/2$ e $\alpha \leq -1$ **E** : $\beta > 1/2$ e per ogni $\alpha \in \mathbf{R}^+$; $\beta \leq 1/2$ e $\alpha < 1$
F : $\alpha < 1$ e per ogni $\beta \in \mathbf{R}$

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y''' - 3y'' + 3y' - y = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: **A** : $\mathcal{L}[y](p) = \frac{3(p^2+p-3)}{(p-1)^2}$ **B** : $\mathcal{L}[y](p) = \frac{7p}{(p^2-1)(p+2)^2}$ **C** : $\mathcal{L}[y](p) = \frac{1}{(p+2)(p-1)^3}$ **D** : $\mathcal{L}[y](p) = \frac{3}{(p-1)^3}$
E : $\mathcal{L}[y](p) = \frac{3(p^2-3p+3)}{(p-1)^3}$ **F** : $\mathcal{L}[y](p) = \frac{3(p^2+3p+3)}{(p+1)^3}$

8. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$.

Sia $y = y(x)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x^2 \arctan(1-y^2) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$ Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$ vale

Risp.: **A** : -1 se $\alpha \leq -1$; 1 se $\alpha > -1$ **B** : $-\infty$ se $\alpha < -1$; -1 se $\alpha = -1$; 1 se $\alpha > -1$ **C** : $-\infty$ se $\alpha < -1$; -1 se $\alpha = -1$; 0 se $\alpha > -1$ **D** : $-\infty$ se $\alpha < -1$; -1 se $-1 \leq \alpha < 1$; 1 se $\alpha \geq 1$ **E** : $-\infty$ se $\alpha < 1$; 1 se $\alpha \geq 1$
F : -1 se $\alpha \leq -1$; 1 se $-1 < \alpha \leq 1$; $+\infty$ se $\alpha > 1$

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

8 settembre 2003

Compito 1

-
- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F