1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{x^2+8y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0), \end{cases} .$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$, (b) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1$, (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 8$, (d) esistono tutte le derivate direzionali in $(0,0)$, (e) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), $\boxed{\text{E}}$: (d), (e)

---

2. Data la curva Γ di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = 2(1-\cos t)\cos t\ \vec{i} + 2(1-\cos t)\sin t\ \vec{j}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

l'integrale curvilineo

$$\int_\Gamma \sqrt[4]{x^2+y^2}\ dS$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 7π $\boxed{\text{B}}$: π $\boxed{\text{C}}$: 8 $\boxed{\text{D}}$: 0 $\boxed{\text{E}}$: 8π

---

3. L'integrale

$$\iiint_T \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z^2}\, dxdydz,$$

dove $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0,\ y \geq 0,\ \frac{1}{\sqrt{3}} \leq x^2+y^2 \leq 1,\ \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \leq z \leq \frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}}\}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{\pi}{8}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{\pi}{12}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{\pi}{24}$

---

4. Sia $\alpha > 0$ e sia data la serie di potenze

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n \sin\left(\log\left(1+\frac{1}{n^\alpha}\right)\right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) la serie ha raggio di convergenza 2 per ogni $\alpha > 0$ (b) l'insieme di convergenza puntuale è $I = [-2,2]$ per ogni $\alpha > 0$ (c) l'insieme di convergenza puntuale è $I = [-2,2]$ per ogni $\alpha > 1$ (d) la serie converge uniformemente in $[-r,r]$ per ogni $\alpha > 0$ con $0 < r < 2$ (e) la serie converge uniformemente in $[-2,0]$ per ogni $\alpha > 0$.

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (e), $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (c) $\boxed{\text{E}}$: (d), (e)

---

5. Per ogni $n \in N$ sia

$$f_n(x) = \frac{x^3 - nx}{x^2 + n}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a)f_n converge puntualmente in $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = 0$ (b) f_n converge puntualmente in $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = -x$ (c)f_n converge uniformemente in $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = 0$ (d) f_n converge uniformemente in $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = -x$ (e) f_n converge uniformemente alla funzione $f(x) = -x$ in $[-A, A]$, per ogni $A > 0$, .

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b) $\boxed{\text{E}}$: (a)

SECONDA PARTE:

6. Scrivere l'enunciato del Teorema Test della matrice Hessiana per una funzione di n variabili.

7. Dare la definizione di insieme aperto connesso e di insieme piano semplicemente connesso.