1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $f_\alpha : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f_\alpha(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\frac{1}{2}\sin^2(xy)} - \cos(xy)}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^{\alpha+1}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f_α continua in $(0,0)$ se e solo se $\alpha < 7$ (b) f_α è continua in $(0,0)$ se e solo se $\alpha \leq 7$ (c) $\frac{\partial f_\alpha}{\partial x}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ (d) $\frac{\partial f_\alpha}{\partial y}(0,0)$ esiste se e solo se $\alpha \leq 6$ (e) f_α ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ se e solo se $\alpha \leq 6$ (f) f_α ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ se e solo se $\alpha < 6$,

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (f) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (d), (f)

---

2. Si consideri la funzione $f(x,y) = y^2 \log\big(x-2\big) - 7x + x^2$, definita nell'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 2\}$. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(\frac{7}{2},0)$ è di massimo relativo e $(3,\pm 1)$ sono di minimo relativo $\boxed{\text{B}}$: $(\frac{7}{2},0)$ è di sella, $(3,1)$ è di minimo relativo e $(3,-1)$ è di massimo relativo $\boxed{\text{C}}$: $(\frac{7}{2},0)$ è di minimo relativo e $(3,\pm 1)$ sono di sella $\boxed{\text{D}}$: $(\frac{7}{2},0)$ è di massimo relativo, $(3,1)$ è di minimo relativo e $(3,-1)$ è di sella $\boxed{\text{E}}$: $(\frac{7}{2},0)$ è di sella, $(3,1)$ è di massimo relativo e $(3,-1)$ è di minimo relativo $\boxed{\text{F}}$: $(\frac{7}{2},0)$ è di minimo relativo, $(3,1)$ è di sella e $(3,-1)$ è di massimo relativo

---

3. Sia Γ la curva di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = \sqrt{3}\left(\frac{t^3}{3} - t\right)\vec{i} + \left(\frac{t^3}{3} + t\right)\vec{j} + \sqrt{3}t^2\,\vec{k}, \quad t \in [0, \sqrt{3}];$$

la sua lunghezza vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $4\sqrt{3}$ $\boxed{\text{B}}$: 4 $\boxed{\text{C}}$: $3\sqrt{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $2\sqrt{3}$ $\boxed{\text{E}}$: 2 $\boxed{\text{F}}$: 3

---

4. L'integrale di superficie

$$\iint_S y\, dS$$

dove S è la superficie data da $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x + y^2,\ (x,y) \in T\}$ con $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 2\}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ $\boxed{\text{B}}$: $2\sqrt{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{13\sqrt{3}}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: 0 $\boxed{\text{E}}$: $\frac{13\sqrt{2}}{3}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{26\sqrt{2}}{3}$

---

5. Sia data la successione di funzioni

$$f_n(x) = n^7 x e^{-9nx^2/2}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad n \geq 1.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f_n converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) f_n converge puntualmente solo in $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$ (c) f_n converge uniformemente in $\mathbb{R}$ (d) f_n converge uniformemente in $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$ (e) f_n converge uniformemente in $[-a, a]$ per ogni $0 < a < \frac{1}{3}$ (f) f_n converge uniformemente in $[A, +\infty)$ per ogni $A \geq 1$

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (d), (e)

---

6. Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{|x|}+7}{n+2} \arctan\left(\frac{x^2}{(\log(n))^{\alpha-3}}\right), \qquad x \in \mathbb{R}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) La serie converge puntualmente per ogni $x \in \mathbb{R}$ e per ogni $\alpha > 2$ (b) La serie converge puntualmente per ogni $x \in \mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 3$ (c) La serie converge puntualmente per ogni $x \in \mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 4$ (d) La serie converge totalmente in $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 4$ (e) La serie converge totalmente in $[-A, A]$ per ogni $A > 0$ se e solo se $\alpha > 4$ (f) La serie converge totalmente in $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 5$

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (e) $\boxed{\text{B}}$: (c), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (e),

---