1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x,y) := \arctan\left(\frac{x^2}{3}\right) + y^3 + 2\alpha y^2 + 9y + 1.$$

Allora $f(x,y)$ NON ha punti stazionari se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $|\alpha| > 3\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < 3\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: per ogni α $\boxed{\text{D}}$: $|\alpha| < 3\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha = 0$

---

2. Sia Γ la curva di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{t^3}{3} + t\right)\vec{i} + \sqrt{3}\left(\frac{t^3}{3} - t\right)\vec{j} + \sqrt{3}t^2\,\vec{k}, \quad t \in [0, \sqrt{3}];$$

la sua lunghezza vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\sqrt{3}$ $\boxed{\text{B}}$: 4 $\boxed{\text{C}}$: $4\sqrt{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $2\sqrt{3}$ $\boxed{\text{E}}$: 3

---

3. Sia

$$R := \{(x,y,x) \in \mathbb{R}^3 \; : x^2 + y^2 \leq z \leq 2y\}.$$

Il volume di R vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 1 $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: π $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{\pi}{2}$

---

4. Sia data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{2n-1}\arctan\left(\left(\frac{x}{2}\right)^{2n}\right), \quad x \in [-2,2].$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f_n converge puntualmente in $[-2,2]$ (b) f_n converge uniformemente in $[-2,2]$ (c) f_n converge uniformemente in $]-2,2[$ (d) f_n converge uniformemente in $[-a,a]$ per ogni $0 < a < 2$ (e) vale il teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale su $[0,2]$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e)

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da

$$f(x) = x\sin(2x) + 1, \quad -\pi \leq x < \pi$$

e sia $S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos(nx) + b_n\sin(nx)$ la sua serie di Fourier. Delle seguenti affermazioni

(a) $a_0 = 1$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) $S(\frac{\pi}{4}) = 1$ (d) la serie di Fourier NON converge uniformemente a f in $\mathbb{R}$ (e) la serie di Fourier converge in media quadratica a f in $\mathbb{R}$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (b), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (b), (c), (e)

SECONDA PARTE:

6. Dare la definizione di serie di funzioni uniformemente convergente.
7. Enunciare il teorema sulla formula di riduzione per orizzontali negli integrali doppi.