1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{e^{xy^2+2}-e^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f continua su $\mathbb{R}^2$. (b) f non è continua in $(0,0)$. (c) f ammette derivate direzionali in $(0,0)$ rispetto ad ogni versore $v = (v_1, v_2)$ e si ha $\partial_v f(0,0) = v_1 v_2$. (d) f ammette derivate direzionali in $(0,0)$ rispetto ad ogni versore $v = (v_1, v_2)$ e si ha $\partial_v f(0,0) = e^2 v_1 v_2^2$. (e) f non è differenziabile in $(0,0)$. (f) f è differenziabile in $(0,0)$.

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (c) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (d), (f)

---

2. Sia T l'insieme definito da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, y - 2 \leq x \leq \sqrt{4-y^2}\,; 0 \leq y \leq 2\}$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = 2x + y$. Detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$ si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = 2$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 4$ e $M = 2\sqrt{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = -2$ e $M = 0$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -3$ e $M = 2$ $\boxed{\text{E}}$: $m = -4$ e $M = 2\sqrt{5}$ $\boxed{\text{F}}$: $m = 2$ e $M = 2\sqrt{5}$

---

3. Sia Γ la curva di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = \cos t\,\vec{i} + \sin t\,\vec{j} + \cos^2 t\,\vec{k}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

L'integrale

$$I = \int_\Gamma \sqrt{1 + 4x^2y^2}\,ds$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: $\frac{3}{2}\pi$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: 3π $\boxed{\text{E}}$: 2π $\boxed{\text{F}}$: $\frac{5}{2}\pi$

---

4. L'integrale

$$\iiint_T x^2\,dxdydz$$

dove $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 - z \leq 2,\ 0 \leq z \leq 2\}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{14}{3}\pi$ $\boxed{\text{B}}$: 8π $\boxed{\text{C}}$: $\frac{7}{6}\pi$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2}{3}\pi$ $\boxed{\text{E}}$: 8 $\boxed{\text{F}}$: 4π

---

5. Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2 + nx}}, \quad x \geq 0.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f_n converge puntualmente in $I = [0, +\infty[$ a $f \equiv 0$ (b) f_n converge puntualmente in $I = [0, +\infty[$ a f non identicamente nulla (c) f_n converge uniformemente in $I = [0, +\infty[$ (d) f_n converge uniformemente in $[A, +\infty[$ per ogni $A > 0$ (e) vale il passaggio al limite sotto il segno di integrale su $[0, 1]$ (f) non vale il passaggio al limite sotto il segno di integrale su $[0, 1]$,

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (f) $\boxed{\text{F}}$: (d)

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{n+2}}{(n+2)(n!)^{2\alpha}}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) Se $\alpha > 0$ la serie converge se e solo se $x \in [-1, 1]$ (b) Se $\alpha > 0$ la serie converge in $\mathbb{R}$ (c) Se $\alpha = 0$ la serie converge in $\mathbb{R}$ (d) Se $\alpha = 0$ la serie converge se e solo se $x \in [-1, 1)$ (e) Se $\alpha < 0$ la serie converge solo in $x = 0$ (f) Per $\alpha = \frac{1}{2}$ la somma della serie è $x(1 + xe^x)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)
