1. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = (2y - x^2)^4(y + x + \alpha).$$

Al variare di α, il punto $(0,0)$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è minimo locale per $\alpha < 0$, massimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{B}}$: è minimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{C}}$: è massimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{D}}$: è massimo locale per $\alpha < 0$, minimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{E}}$: non è mai stazionario

---

2. L'area della superficie

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, z = xy, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x, x^2 + y^2 \leq 3\}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\pi}{9}[4^{\frac{3}{2}} - 1]$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3^4}{32}(2 + \sqrt{3})$ $\boxed{\text{D}}$: $\pi[4^{\frac{3}{2}} - 1]$ $\boxed{\text{E}}$: $3^4(2 + \sqrt{3})$

---

3. L'integrale curvilineo $I = \int_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma$ dove

$$\vec{F}(x,y) = \left(\ln(x + 2y) + \frac{x}{x + 2y}\right)\vec{i} + \frac{2x}{x + 2y}\vec{j}$$

e Γ è l'arco di curva $y = x^3$ con $x \in [1,2]$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: $\ln 18$ $\boxed{\text{C}}$: $2\ln 18 - \ln 3$ $\boxed{\text{D}}$: $\ln 18 + \ln 3$ $\boxed{\text{E}}$: $\ln 3 - 2\ln 18$

---

4. Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = n^{\alpha - 1}e^{-(x-n)^2}, \qquad x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+, \alpha \in \mathbb{R}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) l'insieme di convergenza puntuale è $\mathbb{R}$, per ogni α (b) l'insieme di convergenza puntuale è $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, per ogni α (c) converge uniformemente su $\mathbb{R}$ per $\alpha < 1$ (d) converge uniformemente su $\mathbb{R}$ per $\alpha \leq 1$ (e) converge uniformemente su $]-\infty, a]$ con $a \in \mathbb{R}$ per ogni α

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c) $\boxed{\text{E}}$: (c), (e)

---

5. Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \ln\left(y^2 + \frac{1}{2}\right) \\ y(0) = y_0 \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) Il problema ammette soluzione globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ (b) Il problema ammette solo soluzioni locali per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ (c) Le soluzioni stazionarie sono $y = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$ (d) La soluzione è monotona decrescente per $y_0 \in \left(-\sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$ (e) $\lim_{x\to+\infty} y(x) = \sqrt{\frac{1}{2}}$ per $y_0 > \sqrt{\frac{1}{2}}$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d), (e)

SECONDA PARTE:

6. Dare la definizione di serie di funzioni uniformemente convergente

7. Enunciare il teorema sulla formula di riduzione per orizzontali negli integrali doppi.
