1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{\log\left(1+2x^2y^2\right)}{(x^2+y^2)^{3/2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua su $\mathbb{R}^2$ (b) f non è continua su $\mathbb{R}^2$ (c) la derivata direzionale di f in $(1,0)$ rispetto a $\vec{v} = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ vale $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(1,0) = 0$ (d) f ammette derivate parziali in $(0,0)$ (e) f non è differenziabile in $(0,0)$ (f) f è differenziabile in $(0,0)$.

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c), (d), (e)

---

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = x^2y(x^2+y^2-1)^4$, con punti stazionari

$$P_1 = (0,0), \quad P_2 = (-1,0), \quad P_3 = (1,0), \quad P_4 = (0,1), \quad P_5 = (0,-1)$$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: P_1, P_2, P_3 sono punti di massimo locale, P_4 e P_5 sono punti di sella $\boxed{\text{B}}$: P_2, P_3 sono punti di sella, P_1 e P_4 sono di minimo locale, P_5 è di massimo locale $\boxed{\text{C}}$: P_1, P_2, P_3 sono punti di sella, P_4 è di minimo locale, P_5 è di massimo locale $\boxed{\text{D}}$: P_2, P_3 sono punti di sella, P_4 è di minimo locale, P_1 e P_5 sono di massimo locale $\boxed{\text{E}}$: P_1, P_2, P_3, P_4 sono di minimo locale, P_5 è di massimo locale $\boxed{\text{F}}$: sono tutti di sella

---

3. L'integrale curvilineo $I = \int_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma$ dove

$$\vec{F}(x,y) = \frac{3}{2}(x^2-y^2)\vec{i} + (x^2+y^2)\vec{j}$$

e Γ è la semicirconferenza con ordinate positive di centro $(0,0)$ e raggio 1 percorsa in senso antiorario vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 1 $\boxed{\text{B}}$: 2 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: -1 $\boxed{\text{E}}$: 3 $\boxed{\text{F}}$: -2

---

4. L'integrale

$$\iint_T \left(\frac{x e^{\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}}{x^2+y^2} + 2y \right) dxdy$$

dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 1 \le x^2+y^2 \le 4, \ -x < y < x\}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $e^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\boxed{\text{B}}$: $-e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $e^{\frac{1}{2}} - e^{-\frac{1}{2}}$ $\boxed{\text{E}}$: $e^{\frac{\sqrt{2}}{2}} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\boxed{\text{F}}$: $e^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

---

5. Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$f_n(x) = \frac{nx^2}{n+1} - |x|^n, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a)l'insieme di convergenza puntuale è $[-1,1]$ (b) l'insieme di convergenza puntuale è $(-1,1)$ (c) f_n converge uniformemente in $[-1,1]$ (d) f_n non converge uniformemente in $[-1,1]$ (e) f_n converge uniformemente in $[-a,a]$ per ogni $0 < a < 1$ (f) non vale il passaggio al limite sotto il segno di integrale su $[-1,1]$,

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e),(f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (d), (e), (f)

---

6. Sia f la funzione 2π-periodica definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & -\pi \leq x < 0 \\ \\ \frac{1}{2}\sin x & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

e sia $S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ la sua serie di Fourier. Delle seguenti affermazioni

(a) $a_0 = \frac{\pi+2}{2\pi}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) $S(0) = \frac{1}{4}$ (d) $S(\frac{\pi}{2}) = 0$ (e) la serie di Fourier NON converge uniformemente a f in $\mathbb{R}$ (f) la serie di Fourier converge in media quadratica a f in $\mathbb{R}$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (e), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (e), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{F}}$: (c), (d)
