

1. Siano T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(-3, 0)$ e $(-3, 3)$ e $f(x, y) = y - x^2$. Detti m e M il minimo ed il massimo di f su T si ha

Risp.: **A** : $m = 0$ e $M = 1/4$ **B** : $m = -9$ e $M = -6$ **C** : $m = -9$ e $M = 1/4$
D : $m = -6$ e $M = 0$ **E** : $m = -9$ e $M = 0$

2. Sia dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = (ax \sin(\pi y) + y^2) \vec{i} + (x^2 \cos(\pi y) + bxy) \vec{j}$$

dove $a, b \in \mathbb{R}$. Determinare a, b in modo che \vec{F} risulti conservativo ed in tal caso calcolare $I = \int_{\Gamma} \vec{F} d\vec{r}$ dove Γ è una curva regolare da $(1, 0)$ a $(1, 1)$.

Risp.: **A** : $a = \frac{2}{\pi}$, $b = 2$ e $I = 1$ **B** : $a = 2$, $b = \frac{2}{\pi}$ e $I = 1$ **C** : $a = 2$, $b = 2$ e $I = 1$
D : $a = \frac{2}{\pi}$, $b = 2$ e $I = 0$ **E** : $a = 2$, $b = 2$ e $I = 0$

3. L'integrale doppio

$$\iint_T 5x(x^2 + y^2) dx dy$$

dove $T = T_1 \cup T_2$, $T_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x^2 - 4 \leq y \leq 0, -2 \leq x \leq 2\}$, $T_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2\}$ vale

Risp.: **A** : 0 **B** : 2 **C** : $2 \cdot 2^{5/2}$ **D** : $2^{5/2}$ **E** : -2

4. Sia data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{3\alpha}} \arctan\left(\frac{x}{n^{2\alpha} \ln(n^2 + 1)}\right), \quad x \geq 0$$

dove $\alpha > 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) converge assolutamente in $[0, +\infty[$ se e solo se $\alpha > \frac{1}{3}$ (b) converge assolutamente in $[0, +\infty[$ se e solo se $\alpha > \frac{1}{5}$ (c) converge totalmente sugli intervalli del tipo $[0, M]$, $M > 0$, se e solo se $\alpha > \frac{1}{5}$ (d) converge totalmente in $[0, +\infty[$ se e solo se $\alpha > \frac{1}{5}$ (e) converge totalmente in $[0, +\infty[$ se e solo se $\alpha > \frac{1}{3}$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (b), (c), (e) **B** : (a), (c), (d) **C** : (b), (c), (d) **D** : (a), (e) **E** : (b), (e)

5. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 - 3y + 2) + \arctan(y^2 - 3y + 2) \\ y(0) = y_0, \end{cases}$$

al variare di $y_0 \in \mathbb{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) per ogni y_0 esiste unica la soluzione locale; (b) esistono infinite soluzioni stazionarie; (c) per $y_0 \in [1, 2]$ esiste unica la soluzione globale; (d) per $y_0 > 2$ la soluzione e' crescente sul suo dominio; (e) per $y_0 \in]1, 2[$ la soluzione globale ha un punto di flesso.

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (a) (b) (d) (e) **B** : (b) (c) (d) **C** : (a) (c) (e) **D** : (a) (c) (d) **E** : (a) (c) (d) (e)

SECONDA PARTE:

6. Dare la definizione di campo scalare differenziabile in un punto.
7. Dare la definizione di area di una superficie \mathcal{S} data in forma parametrica.