Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -1$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+1)^n}{n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = 0$ se $-1 < \alpha \le 0$ e $l = +\infty$ se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: $l = +\infty$ se $-1 < \alpha \le 0$ e $l = 0$ se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -1$ $\boxed{\text{D}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -1$ $\boxed{\text{E}}$: $l = 0$ se $-1 < \alpha < 0$ e $l = +\infty$ se $\alpha \ge 0$ $\boxed{\text{F}}$: $l = 0$ se $-1 < \alpha < 0$, $l = 1$ se $\alpha = 0$ e $l = +\infty$ se $\alpha > 0$

2. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{2^n+2n^2+\cos n} 2^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \le 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $|x| < 2$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $|x| \le 2$ $\boxed{\text{F}}$: $x > 1/2$

3. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 3$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{7}{2} + \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{7}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{7}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{7}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$

4. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \le x \le 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{7k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{7k} \le x < \pi \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{N}$, $k \ge 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\ge1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $s_k(-1/7k) \to s(0)$ $\boxed{\text{B}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{E}}$: $s_k(0) \to s(0)$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(1/7k) \not\to s(0)$

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y-1| \sin^2\left(\pi \frac{y^2}{1+y^2}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha \le 1$, $+\infty$ per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: 0 per $\alpha \le 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha \le 0$, 1 per $0 < \alpha \le 1$, $+\infty$ per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha < 1$, 1 per $\alpha = 1$, $+\infty$ per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $+\infty$ per $\alpha < 1$, 1 per $\alpha \ge 1$ $\boxed{\text{F}}$: 1 per $\alpha \le 1$, $+\infty$ per $\alpha > 1$

---

6. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{7\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \ge \frac{1}{14}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{14} \le \alpha < \frac{3}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{14} < \alpha \le \frac{3}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{14} < \alpha < \frac{3}{7}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{1}{14}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha < \frac{3}{7}$

---

7. Sia $\{f_n(x)\}_{n\ge1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{1}{n^3} \\ n^2(1 - n^3|x|) & \text{per } |x| \le \frac{1}{n^3} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1,1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1,2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1,+\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d) $\boxed{\text{C}}$: (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (e), (f)

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} (1 + nx^2)^\alpha \chi_{[n^2, n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \le 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{C}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \ge 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

---

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -1$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+1)^n}{n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = 0$ se $-1 < \alpha \le 0$ e $l = +\infty$ se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: $l = +\infty$ se $-1 < \alpha \le 0$ e $l = 0$ se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -1$ $\boxed{\text{D}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -1$ $\boxed{\text{E}}$: $l = 0$ se $-1 < \alpha < 0$ e $l = +\infty$ se $\alpha \ge 0$ $\boxed{\text{F}}$: $l = 0$ se $-1 < \alpha < 0$, $l = 1$ se $\alpha = 0$ e $l = +\infty$ se $\alpha > 0$

---

2. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{2^n+2n^2+\cos n} 2^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \le 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $|x| < 2$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $|x| \le 2$ $\boxed{\text{F}}$: $x > 1/2$

---

3. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 3$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{7}{2} + \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{7}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{7}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{7}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$

---

4. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

   $$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \le x \le 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{7k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{7k} \le x < \pi \end{cases}$$

   con $k \in \mathbb{N}$, $k \ge 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\ge1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $s_k(-1/7k) \to s(0)$ $\boxed{\text{B}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{E}}$: $s_k(0) \to s(0)$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(1/7k) \not\to s(0)$

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

   $$\begin{cases} y' = |y-1|\sin^2\left(\pi \frac{y^2}{1+y^2}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

   Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha \le 1$, $+\infty$ per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: 0 per $\alpha \le 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha \le 0$, 1 per $0 < \alpha \le 1$, $+\infty$ per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha < 1$, 1 per $\alpha = 1$, $+\infty$ per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $+\infty$ per $\alpha < 1$, 1 per $\alpha \ge 1$ $\boxed{\text{F}}$: 1 per $\alpha \le 1$, $+\infty$ per $\alpha > 1$

---

6. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{7\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \ge \frac{1}{14}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{14} \le \alpha < \frac{3}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{14} < \alpha \le \frac{3}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{14} < \alpha < \frac{3}{7}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{1}{14}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha < \frac{3}{7}$

---

7. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{1}{n^3} \\ n^2(1-n^3|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{1}{n^3} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1,1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1,2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1,+\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d) $\boxed{\text{C}}$: (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (e), (f)

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}(1+nx^2)^\alpha \chi_{[n^2,n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{C}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{2}{n^4} \\ n^3(2 - n^4|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{2}{n^4} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1,1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1,2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1,+\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d)

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -2$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+2)^n}{n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = 0$ se $-2 < \alpha < -1$ e $l = +\infty$ se $\alpha \geq -1$ $\boxed{\text{B}}$: $l = 0$ se $-2 < \alpha < -1$, $l = 1$ se $\alpha = -1$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -1$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ se $-2 < \alpha \leq -1$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -1$ $\boxed{\text{D}}$: $l = +\infty$ se $-2 < \alpha \leq -1$ e $l = 0$ se $\alpha > -1$ $\boxed{\text{E}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -2$ $\boxed{\text{F}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -2$

3. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{6\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{12} < \alpha \leq \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > \frac{1}{12}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{12} \leq \alpha < \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{1}{12}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{12} < \alpha < \frac{1}{2}$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}(2+nx^2)^\alpha \chi_{[n^2,n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{C}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{F}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 5$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{11}{2} + \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{11}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{11}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{11}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y-2| \sin^2\left(\pi \frac{y^4}{1+y^4}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha < 2$, 2 per $\alpha = 2$, $+\infty$ per $\alpha > 2$ $\boxed{\text{B}}$: 2 per $\alpha \leq 2$, $+\infty$ per $\alpha > 2$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha \leq 2$, $+\infty$ per $\alpha > 2$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, 2 per $0 < \alpha \leq 2$, $+\infty$ per $\alpha > 2$ $\boxed{\text{F}}$: $+\infty$ per $\alpha < 2$, 2 per $\alpha \geq 2$

---

7. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{3^n+3n^3+\cos n} 3^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \leq 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $|x| < 3$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $|x| \leq 3$ $\boxed{\text{F}}$: $x > 1/2$

---

8. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{6k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{6k} \leq x < \pi \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\geq1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{C}}$: $s_k(1/6k) \not\to s(0)$ $\boxed{\text{D}}$: $s_k(-1/6k) \to s(0)$ $\boxed{\text{E}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(0) \to s(0)$

---

1. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{2}{n^4} \\ n^3(2 - n^4|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{2}{n^4} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1,1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1,2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1,+\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d)

---

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -2$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+2)^n}{n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = 0$ se $-2 < \alpha < -1$ e $l = +\infty$ se $\alpha \geq -1$ $\boxed{\text{B}}$: $l = 0$ se $-2 < \alpha < -1$, $l = 1$ se $\alpha = -1$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -1$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ se $-2 < \alpha \leq -1$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -1$ $\boxed{\text{D}}$: $l = +\infty$ se $-2 < \alpha \leq -1$ e $l = 0$ se $\alpha > -1$ $\boxed{\text{E}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -2$ $\boxed{\text{F}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -2$

---

3. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{6\alpha}}\,dt$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{12} < \alpha \leq \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > \frac{1}{12}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{12} \leq \alpha < \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{1}{12}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{12} < \alpha < \frac{1}{2}$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} (2 + nx^2)^\alpha \chi_{[n^2,n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{C}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{F}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 5$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{11}{2} + \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{11}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{11}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{11}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y-2| \sin^2\left(\pi \frac{y^4}{1+y^4}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha < 2$, 2 per $\alpha = 2$, $+\infty$ per $\alpha > 2$ $\boxed{\text{B}}$: 2 per $\alpha \leq 2$, $+\infty$ per $\alpha > 2$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha \leq 2$, $+\infty$ per $\alpha > 2$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, 2 per $0 < \alpha \leq 2$, $+\infty$ per $\alpha > 2$ $\boxed{\text{F}}$: $+\infty$ per $\alpha < 2$, 2 per $\alpha \geq 2$

---

7. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{3^n+3n^3+\cos n} 3^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \leq 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $|x| < 3$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $|x| \leq 3$ $\boxed{\text{F}}$: $x > 1/2$

---

8. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{6k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{6k} \leq x < \pi \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\geq 1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{C}}$: $s_k(1/6k) \not\to s(0)$ $\boxed{\text{D}}$: $s_k(-1/6k) \to s(0)$ $\boxed{\text{E}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(0) \to s(0)$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y-3| \sin^2\left(\pi \frac{y^6}{1+y^6}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 3 per $\alpha \leq 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$ $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ per $\alpha < 3$, 3 per $\alpha \geq 3$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, 3 per $0 < \alpha \leq 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha \leq 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$ $\boxed{\text{E}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{F}}$: 0 per $\alpha < 3$, 3 per $\alpha = 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$

2. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{5\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{10} \leq \alpha < \frac{3}{5}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{10} < \alpha \leq \frac{3}{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{3}{5}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{10} < \alpha < \frac{3}{5}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{1}{10}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{1}{10}$

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -3$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+3)^n}{n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = 0$ se $-3 < \alpha \leq -2$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -2$ $\boxed{\text{B}}$: $l = +\infty$ se $-3 < \alpha \leq -2$ e

$l = 0$ se $\alpha > -2$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -3$ $\boxed{\text{D}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -3$ $\boxed{\text{E}}$: $l = 0$ se $-3 < \alpha < -2$ e $l = +\infty$ se $\alpha \geq -2$ $\boxed{\text{F}}$: $l = 0$ se $-3 < \alpha < -2$, $l = 1$ se $\alpha = -2$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -2$

---

4. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{4^n+4n^4+\cos n} 4^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $|x| < 4$ $\boxed{\text{B}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $x > 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $x \leq 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $|x| \leq 4$

---

5. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{5k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{5k} \leq x < \pi \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\geq 1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{B}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{C}}$: $s_k(-1/5k) \to s(0)$ $\boxed{\text{D}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $s_k(1/5k) \not\to s(0)$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(0) \to s(0)$

---

6. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 7$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{15}{2} + \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{15}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{15}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{15}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$

---

7. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{3}{n^5} \\ n^4(3 - n^5|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{3}{n^5} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1, 1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1, 2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1, +\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{E}}$: (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d)

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} (3 + nx^2)^\alpha \chi_{[n^2, n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{C}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{F}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$

---

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = |y-3| \sin^2\left(\pi \frac{y^6}{1+y^6}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$
Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 3 per $\alpha \le 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$ $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ per $\alpha < 3$, 3 per $\alpha \ge 3$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha \le 0$, 3 per $0 < \alpha \le 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha \le 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$ $\boxed{\text{E}}$: 0 per $\alpha \le 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{F}}$: 0 per $\alpha < 3$, 3 per $\alpha = 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$

---

2. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{5\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{10} \le \alpha < \frac{3}{5}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{10} < \alpha \le \frac{3}{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{3}{5}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{10} < \alpha < \frac{3}{5}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{1}{10}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \ge \frac{1}{10}$

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -3$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+3)^n}{n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = 0$ se $-3 < \alpha \le -2$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -2$ $\boxed{\text{B}}$: $l = +\infty$ se $-3 < \alpha \le -2$ e $l = 0$ se $\alpha > -2$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -3$ $\boxed{\text{D}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -3$ $\boxed{\text{E}}$: $l = 0$ se $-3 < \alpha < -2$ e $l = +\infty$ se $\alpha \ge -2$ $\boxed{\text{F}}$: $l = 0$ se $-3 < \alpha < -2$, $l = 1$ se $\alpha = -2$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -2$

---

4. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{4^n+4n^4+\cos n} 4^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $|x| < 4$ $\boxed{\text{B}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $x > 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $x \le 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $|x| \le 4$

---

5. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da
$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \le x \le 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{5k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{5k} \le x < \pi \end{cases}$$
con $k \in \mathbb{N}$, $k \ge 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\ge1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{B}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{C}}$: $s_k(-1/5k) \to s(0)$ $\boxed{\text{D}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $s_k(1/5k) \not\to s(0)$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(0) \to s(0)$

---

6. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 7$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{15}{2} + \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{15}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{15}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{15}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$

---

7. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{3}{n^5} \\ n^4(3 - n^5|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{3}{n^5} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1, 1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1, 2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1, +\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{E}}$: (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d)

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}(3 + nx^2)^\alpha \chi_{[n^2, n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{C}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{F}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}(4+nx^2)^\alpha \chi_{[n^2,n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \le 0$ $\boxed{\text{B}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \ge 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

2. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{5^n+5n^5+\cos n} 5^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \le 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $|x| < 5$ $\boxed{\text{C}}$: $|x| \le 5$ $\boxed{\text{D}}$: $x > 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $|x| < 1/2$

3. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \le x \le 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{4k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{4k} \le x < \pi \end{cases}$$

   con $k \in \mathbb{N}$, $k \ge 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\ge1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{B}}$: $s_k(1/4k) \not\to s(0)$ $\boxed{\text{C}}$: $s_k(-1/4k) \to s(0)$ $\boxed{\text{D}}$: $s_k(0) \to s(0)$ $\boxed{\text{E}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $f(0) = 3/2$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -4$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+4)^n}{n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = +\infty$ se $-4 < \alpha \leq -3$ e $l = 0$ se $\alpha > -3$ $\boxed{\text{B}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -4$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ se $-4 < \alpha \leq -3$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -3$ $\boxed{\text{D}}$: $l = 0$ se $-4 < \alpha < -3$ e $l = +\infty$ se $\alpha \geq -3$ $\boxed{\text{E}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -4$ $\boxed{\text{F}}$: $l = 0$ se $-4 < \alpha < -3$, $l = 1$ se $\alpha = -3$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -3$

---

5. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{4}{n^6} \\ n^5(4 - n^6|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{4}{n^6} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1,1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1,2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1,+\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (c), (d), (f)

---

6. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 9$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{19}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{19}{2} + \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{19}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{19}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$

---

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y-4|\sin^2\left(\pi\frac{y^8}{1+y^8}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha \leq 4$, $+\infty$ per $\alpha > 4$ $\boxed{\text{B}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha < 4$, 4 per $\alpha = 4$, $+\infty$ per $\alpha > 4$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, 4 per $0 < \alpha \leq 4$, $+\infty$ per $\alpha > 4$ $\boxed{\text{E}}$: 4 per $\alpha \leq 4$, $+\infty$ per $\alpha > 4$ $\boxed{\text{F}}$: $+\infty$ per $\alpha < 4$, 4 per $\alpha \geq 4$

---

8. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{4\alpha}}\,dt$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{1}{8}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{8} \leq \alpha < \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{8} < \alpha \leq \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{8} < \alpha < \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > \frac{1}{8}$

---

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}(4+nx^2)^{\alpha}\chi_{[n^2,n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{B}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

---

2. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{5^n+5n^5+\cos n} 5^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \leq 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $|x| < 5$ $\boxed{\text{C}}$: $|x| \leq 5$ $\boxed{\text{D}}$: $x > 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $|x| < 1/2$

---

3. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{4k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{4k} \leq x < \pi \end{cases}$$

   con $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\geq 1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{B}}$: $s_k(1/4k) \not\to s(0)$ $\boxed{\text{C}}$: $s_k(-1/4k) \to s(0)$ $\boxed{\text{D}}$: $s_k(0) \to s(0)$ $\boxed{\text{E}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $f(0) = 3/2$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -4$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+4)^n}{n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = +\infty$ se $-4 < \alpha \leq -3$ e $l = 0$ se $\alpha > -3$ $\boxed{\text{B}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -4$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ se $-4 < \alpha \leq -3$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -3$ $\boxed{\text{D}}$: $l = 0$ se $-4 < \alpha < -3$ e $l = +\infty$ se $\alpha \geq -3$ $\boxed{\text{E}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -4$ $\boxed{\text{F}}$: $l = 0$ se $-4 < \alpha < -3$, $l = 1$ se $\alpha = -3$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -3$

---

5. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{4}{n^6} \\ n^5(4 - n^6|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{4}{n^6} \end{cases}$$

   Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1,1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1,2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1,+\infty[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (c), (d), (f)

---

6. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 9$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{19}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{19}{2} + \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{19}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{19}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$

---

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y-4| \sin^2\left(\pi \frac{y^8}{1+y^8}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha \leq 4$, $+\infty$ per $\alpha > 4$ $\boxed{\text{B}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha < 4$, 4 per $\alpha = 4$, $+\infty$ per $\alpha > 4$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, 4 per $0 < \alpha \leq 4$, $+\infty$ per $\alpha > 4$ $\boxed{\text{E}}$: 4 per $\alpha \leq 4$, $+\infty$ per $\alpha > 4$ $\boxed{\text{F}}$: $+\infty$ per $\alpha < 4$, 4 per $\alpha \geq 4$

---

8. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{4\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{1}{8}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{8} \leq \alpha < \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{8} < \alpha \leq \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{8} < \alpha < \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > \frac{1}{8}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{6^n+6n^6+\cos n} 6^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $|x| < 6$ $\boxed{\text{B}}$: $|x| \leq 6$ $\boxed{\text{C}}$: $x > 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $x \leq 1/2$

2. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{3k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{3k} \leq x < \pi \end{cases}$$

   con $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\geq 1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $s_k(-1/3k) \to s(0)$ $\boxed{\text{B}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{E}}$: $s_k(0) \to s(0)$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(1/3k) \not\to s(0)$

3. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 11$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{23}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{23}{2} + \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{23}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{23}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y-5| \sin^2\left(\pi \frac{y^{10}}{1+y^{10}}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: 0 per $\alpha < 5$, 5 per $\alpha = 5$, $+\infty$ per $\alpha > 5$ $\boxed{\text{C}}$: 5 per $\alpha \leq 5$, $+\infty$ per $\alpha > 5$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, 5 per $0 < \alpha \leq 5$, $+\infty$ per $\alpha > 5$ $\boxed{\text{E}}$: 0 per $\alpha \leq 5$, $+\infty$ per $\alpha > 5$ $\boxed{\text{F}}$: $+\infty$ per $\alpha < 5$, 5 per $\alpha \geq 5$

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -5$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+5)^n}{n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = 0$ se $-5 < \alpha \leq -4$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -4$ $\boxed{\text{B}}$: $l = +\infty$ se $-5 < \alpha \leq -4$ e $l = 0$ se $\alpha > -4$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -5$ $\boxed{\text{D}}$: $l = 0$ se $-5 < \alpha < -4$ e $l = +\infty$ se $\alpha \geq -4$ $\boxed{\text{E}}$: $l = 0$ se $-5 < \alpha < -4$, $l = 1$ se $\alpha = -4$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -4$ $\boxed{\text{F}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -5$

---

6. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{3\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{6} < \alpha < 1$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 1$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{6} \leq \alpha < 1$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{6} < \alpha \leq 1$

---

7. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{5}{n^7} \\ n^6(5 - n^7|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{5}{n^7} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1,1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1,2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1,+\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (d), (f)

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} (5 + nx^2)^\alpha \chi_{[n^2,n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{B}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha < 0$

---

1. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{6^n+6n^6+\cos n} 6^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $|x| < 6$ $\boxed{\text{B}}$: $|x| \le 6$ $\boxed{\text{C}}$: $x > 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $x \le 1/2$

---

2. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \le x \le 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{3k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{3k} \le x < \pi \end{cases}$$

   con $k \in \mathbb{N}$, $k \ge 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\ge1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $s_k(-1/3k) \to s(0)$ $\boxed{\text{B}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{E}}$: $s_k(0) \to s(0)$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(1/3k) \not\to s(0)$

---

3. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 11$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{23}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{23}{2} + \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{23}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{23}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y-5| \sin^2\left(\pi \frac{y^{10}}{1+y^{10}}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

   Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha \le 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: 0 per $\alpha < 5$, 5 per $\alpha = 5$, $+\infty$ per $\alpha > 5$ $\boxed{\text{C}}$: 5 per $\alpha \le 5$, $+\infty$ per $\alpha > 5$ $\boxed{\text{D}}$: 0 per $\alpha \le 0$, 5 per $0 < \alpha \le 5$, $+\infty$ per $\alpha > 5$ $\boxed{\text{E}}$: 0 per $\alpha \le 5$, $+\infty$ per $\alpha > 5$ $\boxed{\text{F}}$: $+\infty$ per $\alpha < 5$, 5 per $\alpha \ge 5$

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -5$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+5)^n}{n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = 0$ se $-5 < \alpha \le -4$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -4$ $\boxed{\text{B}}$: $l = +\infty$ se $-5 < \alpha \le -4$ e $l = 0$ se $\alpha > -4$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -5$ $\boxed{\text{D}}$: $l = 0$ se $-5 < \alpha < -4$ e $l = +\infty$ se $\alpha \ge -4$ $\boxed{\text{E}}$: $l = 0$ se $-5 < \alpha < -4$, $l = 1$ se $\alpha = -4$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -4$ $\boxed{\text{F}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -5$

---

6. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{3\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \ge \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{6} < \alpha < 1$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 1$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{6} \le \alpha < 1$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{6} < \alpha \le 1$

---

7. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{5}{n^7} \\ n^6(5 - n^7|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{5}{n^7} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1,1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1,2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1,+\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (d), (f)

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}(5+nx^2)^\alpha \chi_{[n^2,n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{B}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha < 0$

Cognome e nome . . . . Firma . . . . Matricola . . . .

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{2\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{4} \leq \alpha < \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{4} < \alpha \leq \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{3}{2}$

2. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{7^n+7n^7+\cos n} 7^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $x \leq 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 7$ $\boxed{\text{E}}$: $|x| \leq 7$ $\boxed{\text{F}}$: $x > 1/2$

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} (6+nx^2)^\alpha \chi_{[n^2,n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{B}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

4. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{2k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{2k} \leq x < \pi \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k\geq 1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{B}}$: $s_k(-1/2k) \to s(0)$ $\boxed{\text{C}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{E}}$: $s_k(1/2k) \not\to s(0)$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(0) \to s(0)$

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 13$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{27}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{27}{2} + \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{27}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{27}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -6$: allora $l = \lim_{k\to+\infty} \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+6)^n}{n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = +\infty$ se $-6 < \alpha \leq -5$ e $l = 0$ se $\alpha > -5$ $\boxed{\text{B}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -6$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ se $-6 < \alpha \leq -5$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -5$ $\boxed{\text{D}}$: $l = 0$ se $-6 < \alpha < -5$ e $l = +\infty$ se $\alpha \geq -5$ $\boxed{\text{E}}$: $l = 0$ se $-6 < \alpha < -5$, $l = 1$ se $\alpha = -5$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -5$ $\boxed{\text{F}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -6$

---

7. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{6}{n^8} \\ n^7(6 - n^8|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{6}{n^8} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1, 1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1, 2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\, dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1, +\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (c), (d), (f)

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y - 6| \sin^2\left(\pi \frac{y^{12}}{1+y^{12}}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, 6 per $0 < \alpha \leq 6$, $+\infty$ per $\alpha > 6$ $\boxed{\text{B}}$: 0 per $\alpha \leq 6$, $+\infty$ per $\alpha > 6$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: $+\infty$ per $\alpha < 6$, 6 per $\alpha \geq 6$ $\boxed{\text{E}}$: 0 per $\alpha < 6$, 6 per $\alpha = 6$, $+\infty$ per $\alpha > 6$ $\boxed{\text{F}}$: 6 per $\alpha \leq 6$, $+\infty$ per $\alpha > 6$

---

1. Sia $\alpha > 0$. L'integrale improprio $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi t)}{|1-4t^2|^{2\alpha}}\, dt$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{4} \leq \alpha < \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{4} < \alpha \leq \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{3}{2}$

---

2. Sia data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n+2}{7^n+7n^7+\cos n} 7^{2nx}$. Allora l'insieme di convergenza è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x < 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: $x \leq 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $|x| < 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $|x| < 7$ $\boxed{\text{E}}$: $|x| \leq 7$ $\boxed{\text{F}}$: $x > 1/2$

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} (6 + nx^2)^\alpha \chi_{[n^2, n^2+1]}(x)$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq 0$ $\boxed{\text{B}}$: per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

---

4. Sia $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica data da

$$f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{se } 0 < x < \frac{1}{2k} \\ 1 & \text{se } \frac{1}{2k} \leq x < \pi \end{cases}$$

   con $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$, e sia s_k la serie di Fourier associata a f_k. Sia f il limite puntuale di $\{f_k\}_{k \geq 1}$, e sia s la serie di Fourier associata a f. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $f(0) = 3/2$ $\boxed{\text{B}}$: $s_k(-1/2k) \to s(0)$ $\boxed{\text{C}}$: $f(0) = s(0) = 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $s(0) = 1$ $\boxed{\text{E}}$: $s_k(1/2k) \not\to s(0)$ $\boxed{\text{F}}$: $s_k(0) \to s(0)$

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $s\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2} + 13$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{27}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{27}{2} + \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{27}{2} - \frac{e^{-x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{27}{2} + \frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\alpha > -6$: allora $l = \lim_{k \to +\infty} \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{k} \frac{(\alpha+6)^n}{n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $l = +\infty$ se $-6 < \alpha \leq -5$ e $l = 0$ se $\alpha > -5$ $\boxed{\text{B}}$: $l = 0$ per ogni $\alpha > -6$ $\boxed{\text{C}}$: $l = 0$ se $-6 < \alpha \leq -5$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -5$ $\boxed{\text{D}}$: $l = 0$ se $-6 < \alpha < -5$ e $l = +\infty$ se $\alpha \geq -5$ $\boxed{\text{E}}$: $l = 0$ se $-6 < \alpha < -5$, $l = 1$ se $\alpha = -5$ e $l = +\infty$ se $\alpha > -5$ $\boxed{\text{F}}$: $l = +\infty$ per ogni $\alpha > -6$

---

7. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| > \frac{6}{n^8} \\ n^7(6 - n^8|x|) & \text{per } |x| \leq \frac{6}{n^8} \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[-1, 1]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente in $[1, 2]$ (d) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è convergente (e) la successione $\left\{\int_{-1}^{1} f_n(x)\,dx\right\}$ è illimitata (f) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente in $[1, +\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (c), (d), (f)

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y - 6| \sin^2\left(\pi \frac{y^{12}}{1+y^{12}}\right) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, 6 per $0 < \alpha \leq 6$, $+\infty$ per $\alpha > 6$ $\boxed{\text{B}}$: 0 per $\alpha \leq 6$, $+\infty$ per $\alpha > 6$ $\boxed{\text{C}}$: 0 per $\alpha \leq 0$, $+\infty$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: $+\infty$ per $\alpha < 6$, 6 per $\alpha \geq 6$ $\boxed{\text{E}}$: 0 per $\alpha < 6$, 6 per $\alpha = 6$, $+\infty$ per $\alpha > 6$ $\boxed{\text{F}}$: 6 per $\alpha \leq 6$, $+\infty$ per $\alpha > 6$
