Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un “SI” vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/2$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$

2. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$

3. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$

4. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-7,7]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{A}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi}$ $\boxed{B}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{C}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi^2}+2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{D}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{E}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{F}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi}$

---

5. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+1)}(y-1)\frac{t^2}{1+t^2}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni

   (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 1$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 1$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 1$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 1$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 1$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 1$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{A}$: (a), (b), (d), (e), (f) $\boxed{B}$: (b), (d), (e) $\boxed{C}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{D}$: (b), (c), (d) $\boxed{E}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{F}$: (a), (d), (f)

---

6. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x) \ln\left(1 + \frac{x^2}{4n^2+1}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,2]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{A}$: (a), (c), (d) $\boxed{B}$: (a), (c) $\boxed{C}$: (b), (c), (e) $\boxed{D}$: (b), (c), (d) $\boxed{E}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{F}$: (b), (c), (d), (e)

---

7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: $\boxed{A}$: $3^{-y}\sin(3^y)-1$ $\boxed{B}$: $3^y\sin(3^y)-1$ $\boxed{C}$: $3^y\sinh(3^y)-1$ $\boxed{D}$: $3^{-y}\sinh(3^y)$ $\boxed{E}$: $\sinh(3^y)-1$ $\boxed{F}$: $3^{-y}\sinh(3^y)-1$

---

8. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan\frac{x}{2\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{A}$: (a), (c), (e) $\boxed{B}$: (b), (d), (e) $\boxed{C}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{D}$: (a), (c) $\boxed{E}$: (b), (d) $\boxed{F}$: (c), (d), (e)

---

1. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/2$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$

---

2. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$

---

3. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$

---

4. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-7,7]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 14\frac{\sin(7\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(7\xi)-1}{\xi}$

---

5. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+1)}(y-1)\frac{t^2}{1+t^2}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni

   (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 1$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 1$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 1$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 1$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 1$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 1$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (d), (f)

---

6. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x)\ln\left(1 + \frac{x^2}{4n^2+1}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,2]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d),

(e) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (d), (e)

---

7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $3^{-y}\sin(3^y)-1$ $\boxed{\text{B}}$: $3^y\sin(3^y)-1$ $\boxed{\text{C}}$: $3^y\sinh(3^y)-1$ $\boxed{\text{D}}$: $3^{-y}\sinh(3^y)$ $\boxed{\text{E}}$: $\sinh(3^y)-1$ $\boxed{\text{F}}$: $3^{-y}\sinh(3^y)-1$

---

8. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan \frac{x}{2\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d) $\boxed{\text{F}}$: (c), (d), (e)

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x)\ln\left(1+\frac{x^2}{9n^2+2}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,3]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (d), (e)

2. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/4$ per $x \le 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \ge 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \ge 1$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$

3. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$

---

4. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $5^{-y}\sin(5^y) - 1$ $\boxed{\text{B}}$: $5^y \sinh(5^y) - 1$ $\boxed{\text{C}}$: $5^y \sin(5^y) - 1$ $\boxed{\text{D}}$: $5^{-y}\sinh(5^y) - 1$ $\boxed{\text{E}}$: $5^{-y}\sinh(5^y)$ $\boxed{\text{F}}$: $\sinh(5^y) - 1$

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2x H(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-6,6]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi}$

---

7. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+2)}(y-2)\frac{t^4}{1+t^4}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 2$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 2$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 2$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 2$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 2$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 2$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (d), (e), (f)

---

8. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan\frac{x}{3\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

(a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)

---

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x) \ln\left(1 + \frac{x^2}{9n^2+2}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,3]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: A : (a), (c), (d) B : (a), (c) C : (b), (c), (e) D : (b), (c), (d) E : (a), (c), (d), (e) F : (b), (c), (d), (e)

---

2. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/4$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: A : la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ B : la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ C : la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ D : la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ E : la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$ F : la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$

---

3. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: A : $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ B : $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ C : $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ D : $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ E : $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ F : $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$

---

4. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: A : $5^{-y}\sin(5^y) - 1$ B : $5^y \sinh(5^y) - 1$ C : $5^y \sin(5^y) - 1$ D : $5^{-y}\sinh(5^y) - 1$ E : $5^{-y}\sinh(5^y)$ F : $\sinh(5^y) - 1$

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: A : $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ B : $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ C : $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ D : $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$ E : $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$ F : $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-6,6]}(x)$ vale

   Risp.: A : $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi^2}$ B : $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi}$ C : $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi}$ D : $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi^2}$ E : $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi^2}$ F : $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\sin(6\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(6\xi)-1}{\xi}$

---

7. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+2)}(y-2)\frac{t^4}{1+t^4}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 2$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 2$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 2$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 2$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 2$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 2$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (d), (e), (f)

---

8. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan\frac{x}{3\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

(a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+3)}(y-3)\frac{t^6}{1+t^6}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 3$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 3$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 3$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 3$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 3$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 3$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (d), (f)

2. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$

3. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/6$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$

---

4. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan\frac{x}{4\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c)

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$

---

6. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x)\ln\left(1 + \frac{x^2}{16n^2+3}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0, 4]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

---

7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $7^{-y}\sin(7^y) - 1$ $\boxed{\text{B}}$: $7^y\sinh(7^y) - 1$ $\boxed{\text{C}}$: $7^y\sin(7^y) - 1$ $\boxed{\text{D}}$: $7^{-y}\sinh(7^y) - 1$ $\boxed{\text{E}}$: $7^{-y}\sinh(7^y)$ $\boxed{\text{F}}$: $\sinh(7^y) - 1$

---

8. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-5,5]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi}$

---

1. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+3)}(y-3)\frac{t^6}{1+t^6}$ con $y(0)=\alpha$, delle seguenti affermazioni

   (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 3$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 3$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 3$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 3$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 3$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 3$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (d), (f)

---

2. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$

---

3. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/6$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$

---

4. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan\frac{x}{4\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c)

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2x H(x)}{x}$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2x H(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2x H(x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2x H(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2x H(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2x H(x)}{x}$

---

6. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x)\ln\left(1 + \frac{x^2}{16n^2+3}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,4]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

---

7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $7^{-y}\sin(7^y) - 1$ $\boxed{\text{B}}$: $7^y \sinh(7^y) - 1$ $\boxed{\text{C}}$: $7^y \sin(7^y) - 1$ $\boxed{\text{D}}$: $7^{-y}\sinh(7^y) - 1$ $\boxed{\text{E}}$: $7^{-y}\sinh(7^y)$ $\boxed{\text{F}}$: $\sinh(7^y) - 1$

---

8. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-5,5]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 10\frac{\sin(5\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(5\xi)-1}{\xi}$

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x) \ln\left(1 + \frac{x^2}{25n^2+4}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,5]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c)

2. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{9^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $9^y \sinh(9^y) - 1$ $\boxed{\text{B}}$: $9^y \sin(9^y) - 1$ $\boxed{\text{C}}$: $9^{-y} \sin(9^y) - 1$ $\boxed{\text{D}}$: $9^{-y} \sinh(9^y) - 1$ $\boxed{\text{E}}$: $9^{-y} \sinh(9^y)$ $\boxed{\text{F}}$: $\sinh(9^y) - 1$

3. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$

4. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/8$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$

---

6. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan\frac{x}{5\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (c), (d)

---

7. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+4)}(y-4)\frac{t^8}{1+t^8}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni

   (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 4$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 4$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 4$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 4$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 4$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 4$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (d), (e), (f)

---

8. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-4,4]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi^2}$

---

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x) \ln\left(1 + \frac{x^2}{25n^2+4}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,5]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c)

---

2. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{9^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $9^y \sinh(9^y) - 1$ $\boxed{\text{B}}$: $9^y \sin(9^y) - 1$ $\boxed{\text{C}}$: $9^{-y} \sin(9^y) - 1$ $\boxed{\text{D}}$: $9^{-y} \sinh(9^y) - 1$ $\boxed{\text{E}}$: $9^{-y} \sinh(9^y)$ $\boxed{\text{F}}$: $\sinh(9^y) - 1$

---

3. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$

---

4. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/8$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$

---

5. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = e^{-x} \sin 2x H(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^x \cos 2x H(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^x \sin 2x H(x)}{x}$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{-x} \sin 2x H(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = e^{-x} \cos 2x H(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{-x} \cos 2x H(x)}{x}$

---

6. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan \frac{x}{5\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (c), (d), (e)

$\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (c), (d)

---

7. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+4)}(y-4)\frac{t^8}{1+t^8}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 4$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 4$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 4$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 4$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 4$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 4$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (b), (d), (e), (f)

---

8. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-4,4]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\sin(4\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(4\xi)-1}{\xi^2}$

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x) \ln\left(1 + \frac{x^2}{36n^2+5}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,6]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (d)

2. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \le 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \le 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \le 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \le 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \le 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \le 1$

3. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{11^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $11^{-y}\sinh(11^y)$ $\boxed{\text{B}}$: $\sinh(11^y) - 1$ $\boxed{\text{C}}$: $11^{-y}\sinh(11^y) - 1$ $\boxed{\text{D}}$: $11^y\sinh(11^y) - 1$ $\boxed{\text{E}}$: $11^{-y}\sin(11^y) - 1$ $\boxed{\text{F}}$: $11^y\sin(11^y) - 1$

4. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan\frac{x}{6\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c)

---

5. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/10$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-3,3]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi}$

---

7. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+5)}(y-5)\frac{t^{10}}{1+t^{10}}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni

   (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 5$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 5$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 5$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 5$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 5$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 5$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)

---

8. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$

---

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x) \ln\left(1 + \frac{x^2}{36n^2+5}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,6]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (d)

2. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$

3. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{11^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $11^{-y}\sinh(11^y)$ $\boxed{\text{B}}$: $\sinh(11^y) - 1$ $\boxed{\text{C}}$: $11^{-y}\sinh(11^y) - 1$ $\boxed{\text{D}}$: $11^y \sinh(11^y) - 1$ $\boxed{\text{E}}$: $11^{-y}\sin(11^y) - 1$ $\boxed{\text{F}}$: $11^y \sin(11^y) - 1$

4. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan \frac{x}{6\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c)

5. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/10$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-3,3]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi^2}+2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 6\frac{\sin(3\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(3\xi)-1}{\xi}$

---

7. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+5)}(y-5)\frac{t^{10}}{1+t^{10}}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 5$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 5$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 5$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 5$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 5$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 5$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)

---

8. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan \frac{x}{7\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{A}$: (b), (d), (e) $\boxed{B}$: (c), (d), (e) $\boxed{C}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{D}$: (a), (c), (e) $\boxed{E}$: (a), (c) $\boxed{F}$: (b), (d)

2. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-2,2]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{A}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{B}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{C}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{D}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi}$ $\boxed{E}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{F}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi}$

3. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+6)}(y-6)\frac{t^{12}}{1+t^{12}}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni

   (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 6$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 6$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 6$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 6$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 6$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 6$

   le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)

---

4. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$

---

5. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$

---

6. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/12$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$

---

7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{13^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $13^{-y}\sinh(13^y) - 1$ $\boxed{\text{B}}$: $13^{-y}\sinh(13^y)$ $\boxed{\text{C}}$: $\sinh(13^y) - 1$ $\boxed{\text{D}}$: $13^{y}\sinh(13^y) - 1$ $\boxed{\text{E}}$: $13^{-y}\sin(13^y) - 1$ $\boxed{\text{F}}$: $13^{y}\sin(13^y) - 1$

---

8. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x)\ln\left(1 + \frac{x^2}{49n^2+6}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,7]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

---

1. Si consideri la funzione 2π-periodica $f_k(x) = \sin^k\left(\arctan \frac{x}{7\pi}\right)$ con $x \in [-\pi, \pi[$ e $k \in \mathbb{N}$. Siano a_n^k e b_n^k i coefficienti della serie di Fourier della funzione f_k. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\forall k, n \in \mathbb{N} : a_n^k = 0$ (b) $\forall k, n \in \mathbb{N} : b_n^k = 0$ (c) esiste k tale che $a_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (d) esiste k tale che $b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (e) $\lim_{k\to+\infty} a_n^k = \lim_{k\to+\infty} b_n^k = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d)

---

2. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = |x|\chi_{[-2,2]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi^2} + 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi} + 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi} - 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = 4\frac{\sin(2\xi)}{\xi^2} - 2\frac{\cos(2\xi)-1}{\xi}$

---

3. Dato il problema di Cauchy $y' = e^{-(y^2+6)}(y-6)\frac{t^{12}}{1+t^{12}}$ con $y(0) = \alpha$, delle seguenti affermazioni

   (a) $y(t)$ è strettamente monotona per $\alpha \neq 6$ (b) $y(t)$ è positiva per ogni $\alpha > 6$ (c) $\lim_{t\to+\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha > 6$ (d) $\lim_{t\to-\infty} y(t) \in \mathbb{R}$ per $\alpha \geq 6$ (e) $y(t)$ ha un punto di minimo relativo per ogni $\alpha < 6$ (f) $y(t)$ non ha alcun punto di estremo relativo per $\alpha > 6$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (e)

---

4. La funzione $u(x)$ tale che $\frac{d}{ds}\mathcal{L}[u(x)](s) = -\frac{s+1}{s^2+2s+5}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = e^{-x}\cos 2xH(x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = e^{-x}\sin 2xH(x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\cos 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = \frac{e^{x}\sin 2xH(x)}{x}$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = \frac{e^{-x}\cos 2xH(x)}{x}$

---

5. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7n+\alpha^n}{n^2+\beta^n}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$ $\boxed{\text{D}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha \leq 1$ e $\beta > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $1 < \alpha < \beta$ oppure $\alpha > 1$ e $\beta \leq 1$ $\boxed{\text{F}}$: $1 < \beta < \alpha$ oppure $\alpha \leq 2$ e $\beta > 2$

---

6. Sia f una funzione continua tale che $f(x) = 1/12$ per $x \leq 0$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} [f(x-n)]^{\alpha n}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente su $\mathbb{R}$ ma non totalmente se e solo se $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge totalmente su $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 1$

---

7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{13^{2ny}}{(2n+1)!}$ con $y \in \mathbb{R}$. La somma della serie vale

Risp.: $\boxed{A}$: $13^{-y}\sinh(13^y) - 1$ $\boxed{B}$: $13^{-y}\sinh(13^y)$ $\boxed{C}$: $\sinh(13^y) - 1$ $\boxed{D}$: $13^y\sinh(13^y) - 1$ $\boxed{E}$: $13^{-y}\sin(13^y) - 1$ $\boxed{F}$: $13^y\sin(13^y) - 1$

---

8. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \chi_{[n,n+1]}(x)\ln\left(1 + \frac{x^2}{49n^2+6}\right)$. Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n\}$ converge puntualmente su $\mathbb{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $\mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $[0,7]$ (d) la successione $\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)\,dx\}$ converge (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ non è derivabile in $\mathbb{R}$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: (b), (c), (d) $\boxed{B}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{C}$: (a), (c), (d) $\boxed{D}$: (b), (c), (d), (e) $\boxed{E}$: (a), (c) $\boxed{F}$: (b), (c), (e)
