Tempo a disposizione: 75 minuti

ESERCIZI

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^2} - \cos(2y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f continua in $(0,0)$ (b) f non è continua in $(0,0)$ (c) f è differenziabile in $(0,0)$ (d) f non è differenziabile in $(0,0)$ (e) tutte le derivate direzionali di f in $(0,0)$ esistono e sono nulle (f) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d), (e), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c), (f)

---

2. L'area della superficie

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z = xy, \ 0 \le y \le \sqrt{3}\, x, \ x^2 + y^2 \le 3\}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\pi}{3}(4^{\frac{3}{2}} + 1)$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{\pi}{2}(e^4 - 1)$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{2}\pi$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{\pi}{9}(4^{\frac{3}{2}} - 1)$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{\pi}{4}(e^4 + 1)$

---

3. Sia data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \left(e^x - \frac{2}{3}\right)^n e^{x + \frac{1}{n+1}}, \quad x \in [0, +\infty[\quad n \in \mathbb{N}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f_n converge puntualmente in $(0,+\infty)$ (b) f_n converge puntualmente in $[0, \log\frac{5}{3}]$ (c) f_n converge uniformemente in $(0,+\infty)$ (d) f_n converge uniformemente in $[0, \log\frac{5}{3}]$ (e) f_n converge uniformemente in $[0,a]$ per ogni $0 < a < \log\frac{5}{3}$ (f) $\lim_{n\to+\infty} \int_0^{\log\frac{5}{3}} f_n(x)\,dx = 0$,

tutte e sole quelle corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c) $\boxed{\text{B}}$: (b), (e), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (f) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (f)

DOMANDE DI TEORIA

Domanda 1. Scrivere l'enunciato del Teorema di Gauss della divergenza.

Domanda 2. Scrivere la definizione di raggio di convergenza di una serie di potenze e indicare come è possibile calcolarlo.
