Tempo a disposizione: 75 minuti

ESERCIZI

1. Sia T l'insieme definito da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y-3 \leq x \leq \sqrt{9-y^2}\,; 0 \leq y \leq 3\}$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $\quad f(x,y) = 2x + y$. Detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$ si ha

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = -5$ e $M = 3$ $\quad\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = 3$ $\quad\boxed{\text{C}}$: $m = 6$ e $M = 3\sqrt{5}$ $\quad\boxed{\text{D}}$: $m = -6$ e $M = 3\sqrt{5}$ $\quad\boxed{\text{E}}$: $m = -3$ e $M = 0$ $\quad\boxed{\text{F}}$: $m = 3$ e $M = 3\sqrt{5}$

2. L'integrale
$$\iiint_T [3xy + 2xz + y^2 z]\, dxdydz$$
   dove $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 \leq z, \ 0 \leq z \leq 6\}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $3^2\pi$ $\quad\boxed{\text{B}}$: $3^4\pi$ $\quad\boxed{\text{C}}$: 0 $\quad\boxed{\text{D}}$: $-3^4\pi$ $\quad\boxed{\text{E}}$: 6π $\quad\boxed{\text{F}}$: $\frac{\pi}{2}$

3. Sia
$$f(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{per } \ -\pi < x < 0 \\ \frac{1}{8}\sin x \cos x \quad \text{per } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$
   estesa a $\mathbb{R}$ come funzione periodica di periodo 2π. Sia $S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ la sua serie di Fourier. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette giustificando le risposte date

   (a) $a_0 = 1$, (b) $b_1 = 0$, (c) la serie di Fourier converge solo puntualmente ma non uniformemente a f in $\mathbb{R}$, (d) la serie di Fourier converge uniformemente a f in $\mathbb{R}$, (e) $S(\pi) = 1$, (f) $S(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{16}$.

DOMANDE DI TEORIA

Domanda 1. Scrivere la definizione di convergenza uniforme di una serie di funzioni e dare un esempio di serie convergente uniformemente.

Domanda 2. Enunciare un teorema di prolungamento globale della soluzione del problema di Cauchy. Dare un esempio di problema di Cauchy per il quale vale il teorema di prolungamento dato e un esempio per il quale il teorema non vale.