

1. La serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{(2 + \frac{1}{3} \cos n)^n}$

Risp.: **A** : è positivamente divergente **B** : è negativamente divergente **C** : è oscillante **D** : è convergente

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(3x)^k}{k!} \right)^n$ converge per

Risp.: **A** : $x \leq 0$ **B** : $x \leq \frac{1}{3}$ **C** : $\frac{-1}{3} < x \leq \frac{1}{3}$ **D** : $\forall x \in \mathbf{R}$ **E** : $-1 < x < 0$

3. Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3} \left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x} \right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[3, 5]$ (e) la serie uniformemente in $[3, 5]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a d **B** : e b **C** : a e **D** : a c e **E** : d c **F** : a b c e

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n \geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \frac{\sin 3xn}{\sqrt{3n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in \mathbf{R} (c) $\{f_n\}$ non converge in \mathbf{R} (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in \mathbf{R} (f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^3 f_n(x) dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a e f **B** : a c f **C** : a d f **D** : a f **E** : b c d **F** : a d e

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = 2 \cos \frac{x}{2}$, $|x| \leq \pi$.

I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: **A** : $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **B** : $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = -\frac{8}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **C** : $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = -\frac{8}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ **D** : $a_0 = 0, a_n = -\frac{8}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **E** : $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi} \frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ **F** : $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = b_n = 0$

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di

$u(x) = (|x| - 1)^2 \chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1, 1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1, 1]$ è $\hat{u}(\xi) = 4 \frac{\xi - \sin \xi}{\xi^3}, \xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x - \sin x}{x^3} dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x - \sin x)^2}{x^6} dx$ valgono rispettivamente

Risp.: **A** : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **B** : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{10}$ **C** : $I_1 = \frac{\pi}{3}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **D** : $I_1 = I_2 = 0$

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: **A** : $u(x) = x^2 \cosh(2x)H(x)$ **B** : $u(x) = x \sinh x H(x)$ **C** : $u(x) = \cosh(2x)H(x)$
D : $u(x) = x \cosh(x)H(x)$ **E** : $u(x) = x \cosh(2x)H(x)$ **F** : $u(x) = (x + \cosh(2x))H(x)$

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2 \frac{y(y-3)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 3$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 3$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{3}{2}$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 3$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 3$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a b d e **B** : a f c **C** : a f e **D** : b c d **E** : a b d f **F** : a d e

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

5 Appello a.a.2004-05

Compito 1

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(3 + \frac{1}{4} \cos n\right)^n}$

Risp.: **A** : è convergente **B** : è positivamente divergente **C** : è negativamente divergente **D** : è oscillante

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(5x)^k}{k!} \right)^n$ converge per

Risp.: **A** : $x \leq \frac{1}{5}$ **B** : $\frac{-1}{5} < x \leq \frac{1}{5}$ **C** : $x \leq 0$ **D** : $\forall x \in \mathbf{R}$ **E** : $-1 < x < 0$

3. Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{5} \left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x} \right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[5, 7]$ (e) la serie uniformemente in $[5, 7]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a d **B** : e b **C** : a c e **D** : d c **E** : a b c e **F** : a e

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n \geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \frac{\sin 5xn}{\sqrt{5n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in \mathbf{R} (c) $\{f_n\}$ non converge in \mathbf{R} (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in \mathbf{R} (f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^5 f_n(x) dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a e f **B** : a f **C** : a c f **D** : a d f **E** : b c d **F** : a d e

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = 3 \cos \frac{x}{2}$, $|x| \leq \pi$.

I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: **A** : $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **B** : $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = -\frac{12}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ **C** : $a_0 = 0, a_n = -\frac{12}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **D** : $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = -\frac{3}{2\pi} \frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ **E** : $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = b_n = 0$ **F** : $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = -\frac{12}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di

$u(x) = (|x| - 1)^2 \chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1, 1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1, 1]$ è $\hat{u}(\xi) = 4 \frac{\xi - \sin \xi}{\xi^3}$, $\xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x - \sin x}{x^3} dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x - \sin x)^2}{x^6} dx$ valgono rispettivamente

Risp.: **A** : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{10}$ **B** : $I_1 = \frac{\pi}{3}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **C** : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **D** : $I_1 = I_2 = 0$

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: **A** : $u(x) = x \cosh(2x)H(x)$ **B** : $u(x) = x^2 \cosh(2x)H(x)$ **C** : $u(x) = x \sinh x H(x)$
D : $u(x) = \cosh(2x)H(x)$ **E** : $u(x) = x \cosh(x)H(x)$ **F** : $u(x) = (x + \cosh(2x))H(x)$

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2 \frac{y(y-5)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 5$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 5$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{5}{2}$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 5$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 5$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a b d e **B** : a f c **C** : a f e **D** : a b d f **E** : b c d **F** : a d e

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

5 Appello a.a.2004-05

Compito 2

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{(4 + \frac{1}{5} \cos n)^n}$

Risp.: **A** : è positivamente divergente **B** : è convergente **C** : è negativamente divergente **D** : è oscillante

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(7x)^k}{k!} \right)^n$ converge per

Risp.: **A** : $x \leq \frac{1}{7}$ **B** : $\frac{-1}{7} < x \leq \frac{1}{7}$ **C** : $\forall x \in \mathbf{R}$ **D** : $-1 < x < 0$ **E** : $x \leq 0$

3. Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{7} \left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x} \right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[7, 9]$ (e) la serie uniformemente in $[7, 9]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a d **B** : a e **C** : e b **D** : a c e **E** : d c **F** : a b c e

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n \geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \frac{\sin 7xn}{\sqrt{7n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in \mathbf{R} (c) $\{f_n\}$ non converge in \mathbf{R} (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in \mathbf{R} (f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^7 f_n(x) dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a e f **B** : a c f **C** : a d f **D** : b c d **E** : a f **F** : a d e

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = 4 \cos \frac{x}{2}$, $|x| \leq \pi$.

I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: **A** : $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = -\frac{16}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **B** : $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **C** : $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = -\frac{16}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ **D** : $a_0 = 0, a_n = -\frac{16}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **E** : $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = -\frac{2}{\pi} \frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ **F** : $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = b_n = 0$

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di

$u(x) = (|x| - 1)^2 \chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1, 1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1, 1]$ è $\hat{u}(\xi) = 4 \frac{\xi - \sin \xi}{\xi^3}$, $\xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x - \sin x}{x^3} dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x - \sin x)^2}{x^6} dx$ valgono rispettivamente

Risp.: **A** : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{10}$ **B** : $I_1 = \frac{\pi}{3}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **C** : $I_1 = I_2 = 0$ **D** : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{20}$

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: **A** : $u(x) = x^2 \cosh(2x)H(x)$ **B** : $u(x) = x \cosh(2x)H(x)$ **C** : $u(x) = x \sinh x H(x)$
D : $u(x) = \cosh(2x)H(x)$ **E** : $u(x) = x \cosh(x)H(x)$ **F** : $u(x) = (x + \cosh(2x))H(x)$

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2 \frac{y(y-7)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 7$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 7$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{7}{2}$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 7$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 7$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a b d e **B** : a f c **C** : a b d f **D** : a f e **E** : b c d **F** : a d e

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

5 Appello a.a.2004-05

Compito 3

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(5 + \frac{1}{6} \cos n\right)^n}$

Risp.: **A** : è positivamente divergente **B** : è negativamente divergente **C** : è convergente **D** : è oscillante

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(9x)^k}{k!}\right)^n$ converge per

Risp.: **A** : $x \leq 0$ **B** : $x \leq \frac{1}{9}$ **C** : $\frac{-1}{9} < x \leq \frac{1}{9}$ **D** : $\forall x \in \mathbf{R}$ **E** : $-1 < x < 0$

3. Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{9} \left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x} \right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[9, 11]$ (e) la serie uniformemente in $[9, 11]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a d **B** : e b **C** : a e **D** : a c e **E** : d c **F** : a b c e

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n \geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \frac{\sin 9xn}{\sqrt{9n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in \mathbf{R} (c) $\{f_n\}$ non converge in \mathbf{R} (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in \mathbf{R} (f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^9 f_n(x) dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a e f **B** : a c f **C** : a f **D** : a d f **E** : b c d **F** : a d e

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = 5 \cos \frac{x}{2}$, $|x| \leq \pi$.

I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: **A** : $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **B** : $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = -\frac{20}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ **C** : $a_0 = 0, a_n = -\frac{20}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **D** : $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = -\frac{5}{2\pi} \frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ **E** : $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = b_n = 0$ **F** : $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = -\frac{20}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di

$u(x) = (|x| - 1)^2 \chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1, 1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1, 1]$ è $\hat{u}(\xi) = 4 \frac{\xi - \sin \xi}{\xi^3}, \xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x - \sin x}{x^3} dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x - \sin x)^2}{x^6} dx$ valgono rispettivamente

Risp.: **A** : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{10}$ **B** : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **C** : $I_1 = \frac{\pi}{3}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **D** : $I_1 = I_2 = 0$

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: **A** : $u(x) = x^2 \cosh(2x)H(x)$ **B** : $u(x) = x \sinh x H(x)$ **C** : $u(x) = \cosh(2x)H(x)$
D : $u(x) = x \cosh(x)H(x)$ **E** : $u(x) = x \cosh(2x)H(x)$ **F** : $u(x) = (x + \cosh(2x))H(x)$

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2 \frac{y(y-9)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 9$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 9$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{9}{2}$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 9$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 9$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a b d e **B** : a f c **C** : a f e **D** : b c d **E** : a b d f **F** : a d e

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

5 Appello a.a.2004-05

Compito 4

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{(6 + \frac{1}{7} \cos n)^n}$

Risp.: **A**: è convergente **B**: è positivamente divergente **C**: è negativamente divergente **D**: è oscillante

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(11x)^k}{k!} \right)^n$ converge per

Risp.: **A**: $x \leq \frac{1}{11}$ **B**: $\frac{-1}{11} < x \leq \frac{1}{11}$ **C**: $x \leq 0$ **D**: $\forall x \in \mathbf{R}$ **E**: $-1 < x < 0$

3. Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{11} \left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x} \right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[11, 13]$ (e) la serie uniformemente in $[11, 13]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a d **B**: e b **C**: a c e **D**: d c **E**: a e **F**: a b c e

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n \geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \frac{\sin 11xn}{\sqrt{11n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in \mathbf{R} (c) $\{f_n\}$ non converge in \mathbf{R} (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in \mathbf{R} (f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{11} f_n(x) dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a e f **B**: a f **C**: a c f **D**: a d f **E**: b c d **F**: a d e

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = 6 \cos \frac{x}{2}$, $|x| \leq \pi$.

I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: **A**: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **B**: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = -\frac{24}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ **C**: $a_0 = 0, a_n = -\frac{24}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **D**: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = -\frac{24}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ **E**: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = -\frac{6}{2\pi} \frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ **F**: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = b_n = 0$

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di

$u(x) = (|x| - 1)^2 \chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1, 1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1, 1]$ è $\widehat{u}(\xi) = 4 \frac{\xi - \sin \xi}{\xi^3}, \xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x - \sin x}{x^3} dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x - \sin x)^2}{x^6} dx$ valgono rispettivamente

Risp.: **A**: $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{10}$ **B**: $I_1 = \frac{\pi}{3}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **C**: $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ **D**: $I_1 = I_2 = 0$

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: **A**: $u(x) = x^2 \cosh(2x)H(x)$ **B**: $u(x) = x \cosh(2x)H(x)$ **C**: $u(x) = x \sinh x H(x)$ **D**: $u(x) = \cosh(2x)H(x)$ **E**: $u(x) = x \cosh(x)H(x)$ **F**: $u(x) = (x + \cosh(2x))H(x)$

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2 \frac{y(y-11)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 11$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 11$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{11}{2}$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 11$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 11$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a b d e **B**: a f c **C**: a f e **D**: a b d f **E**: b c d **F**: a d e

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

5 Appello a.a.2004-05

Compito 5

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{(7 + \frac{1}{8} \cos n)^n}$

Risp.: A : è positivamente divergente B : è convergente C : è negativamente divergente D : è oscillante

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(13x)^k}{k!} \right)^n$ converge per

Risp.: A : $x \leq \frac{1}{13}$ B : $x \leq 0$ C : $\frac{-1}{13} < x \leq \frac{1}{13}$ D : $\forall x \in \mathbf{R}$ E : $-1 < x < 0$

3. Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{13} \left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x} \right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[13, 15]$ (e) la serie uniformemente in $[13, 15]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: A : a d B : e b C : a c e D : a e E : d c F : a b c e

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n \geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \frac{\sin 13xn}{\sqrt{13n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in \mathbf{R} (c) $\{f_n\}$ non converge in \mathbf{R} (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in \mathbf{R} (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in \mathbf{R} (f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{13} f_n(x) dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: A : a e f B : a c f C : a d f D : b c d E : a f F : a d e

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = 7 \cos \frac{x}{2}$, $|x| \leq \pi$.

I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: A : $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ B : $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = -\frac{28}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ C : $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = -\frac{28}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ D : $a_0 = 0, a_n = -\frac{28}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ E : $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = -\frac{7}{2\pi} \frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ F : $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = b_n = 0$

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di

$u(x) = (|x| - 1)^2 \chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1, 1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1, 1]$ è $\hat{u}(\xi) = 4 \frac{\xi - \sin \xi}{\xi^3}$, $\xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x - \sin x}{x^3} dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x - \sin x)^2}{x^6} dx$ valgono rispettivamente

Risp.: A : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{10}$ B : $I_1 = \frac{\pi}{3}, I_2 = \frac{\pi}{20}$ C : $I_1 = I_2 = 0$ D : $I_1 = \frac{\pi}{2}, I_2 = \frac{\pi}{20}$

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: A : $u(x) = x^2 \cosh(2x)H(x)$ B : $u(x) = x \sinh x H(x)$ C : $u(x) = \cosh(2x)H(x)$
 D : $u(x) = x \cosh(x)H(x)$ E : $u(x) = (x + \cosh(2x))H(x)$ F : $u(x) = x \cosh(2x)H(x)$

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2 \frac{y(y-13)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 13$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 13$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{13}{2}$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 13$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 13$

le uniche corrette sono

Risp.: A : a b d e B : a f c C : a b d f D : a f e E : b c d F : a d e

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

5 Appello a.a.2004-05

Compito 6

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F