1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}\left[\frac{2}{\sqrt{n}} + (-1)^n\right]$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: non converge per $1/2 < \alpha < 1$ $\boxed{\text{B}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: converge assolutamente per ogni $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: converge semplicemente per $\alpha \geq \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: converge assolutamente per $\alpha > 1$, converge semplicemente per $1/2 < \alpha \leq 1$, non converge per $\alpha \leq 1/2$

---

2. L'insieme di convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{3^{nx}}{n9^{n-1}2^{n-1}}, \quad x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(-\infty, 2 + \log_3 2]$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathbf{R}$ $\boxed{\text{C}}$: $[-1, \log_3 2]$ $\boxed{\text{D}}$: $\{0\}$ $\boxed{\text{E}}$: $[0, +\infty)$ $\boxed{\text{F}}$: $[1, \log_3 2]$

---

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} 3^n(3 + \cos n)x^n, \quad x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $R = \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $R = \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $R = 3$ $\boxed{\text{D}}$: $R = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $R = +\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $R = \frac{1}{4}$

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin(3nx)}{\sqrt{3n}}, \quad x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$
(c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f_n'\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f_n'\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$
(f) $\lim_{n\to+\infty}\int_0^3 f_n(x)\,dx = 0$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b e $\boxed{\text{C}}$: a f $\boxed{\text{D}}$: a c d $\boxed{\text{E}}$: f c $\boxed{\text{F}}$: a e f

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = \sin(2x^2), \quad |x| \leq \pi$. Delle seguenti affermazioni

(a) la sua serie di Fourier converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) la sua serie di Fourier converge in media quadratica in $[-\pi, \pi]$ (c) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $]-\pi, \pi[$ e non in $[-\pi, \pi]$ (d) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $[-\pi, \pi]$ (e) la serie delle derivate converge a f' in $[-\pi, \pi]$ (f) i coefficienti $b_n = 0, \forall n$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b d $\boxed{\text{C}}$: a c e f $\boxed{\text{D}}$: b c e $\boxed{\text{E}}$: a b c f $\boxed{\text{F}}$: a d f

---

6. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin\frac{1}{x}}{\sqrt{(x+1)}\log^\alpha(1+x^2)}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $0 < \alpha \leq 3$ $\boxed{\text{B}}$: $0 \leq \alpha < 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: $\forall\alpha$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 4y = \cosh^2 x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2}{p(p^2-4)^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{2}{(p^2-1)(p+1)^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p-2}{p(p^2-4)^2}$
$\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2-2}{p(p^2-4)^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{2p}{(p^2-1)^2}$

---

8. La trasformata di Fourier per $\xi \neq 0$ della funzione $u(x) = x\chi_{[-1,1]}(x)$, $x \in \mathbf{R}$ dove $\chi_{[-1,1]}$ è la funzione caratteristica di $[-1, 1]$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\widehat{u}(\xi) = \left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\widehat{u}(\xi) = \sin\xi$ $\boxed{\text{D}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}\left(\cos\xi - \dfrac{\sin\xi}{\xi}\right)$
$\boxed{\text{E}}$: $\widehat{u}(\xi) = \cos\xi + \xi$ $\boxed{\text{F}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2}{\xi}\left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$

. . . .

Cognome e nome   Firma

ANALISI MATEMATICA C   25 luglio 2005   Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}\left[\frac{3}{\sqrt{n}} + (-1)^n\right]$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: converge assolutamente per $\alpha > 1$, converge semplicemente per $1/2 < \alpha \leq 1$, non converge per $\alpha \leq 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: non converge per $1/2 < \alpha < 1$ $\boxed{\text{C}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: converge assolutamente per ogni $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: converge semplicemente per $\alpha \geq \frac{1}{3}$

---

2. L'insieme di convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{3^{nx}}{n9^{n-1}4^{n-1}}, \quad x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathbf{R}$ $\boxed{\text{B}}$: $[-1, \log_3 4]$ $\boxed{\text{C}}$: $(-\infty, 2 + \log_3 4]$ $\boxed{\text{D}}$: $\{0\}$ $\boxed{\text{E}}$: $[0, +\infty)$ $\boxed{\text{F}}$: $[1, \log_3 4]$

---

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} 5^n(5 + \cos n)x^n, \quad x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $R = \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $R = 5$ $\boxed{\text{C}}$: $R = \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{D}}$: $R = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $R = +\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $R = \frac{1}{7}$

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin(5nx)}{\sqrt{5n}}, \quad x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$
(c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f_n'\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f_n'\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$
(f) $\lim_{n\to+\infty}\int_0^5 f_n(x)\,dx = 0$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b e $\boxed{\text{C}}$: a c d $\boxed{\text{D}}$: a f $\boxed{\text{E}}$: f c $\boxed{\text{F}}$: a e f

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = \sin(3x^2), \quad |x| \leq \pi$. Delle seguenti affermazioni

(a) la sua serie di Fourier converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) la sua serie di Fourier converge in media quadratica in $[-\pi, \pi]$ (c) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $]-\pi, \pi[$ e non in $[-\pi, \pi]$ (d) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $[-\pi, \pi]$ (e) la serie delle derivate converge a f' in $[-\pi, \pi]$ (f) i coefficienti $b_n = 0, \forall n$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b d $\boxed{\text{C}}$: a c e f $\boxed{\text{D}}$: b c e $\boxed{\text{E}}$: a d f $\boxed{\text{F}}$: a b c f

---

6. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{\sqrt{(x+1)}\log^\alpha(1+x^3)}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $0 < \alpha \leq 4$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < 1/3$ $\boxed{\text{C}}$: $0 \leq \alpha < 1/3$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq 1/3$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 1/3$ $\boxed{\text{F}}$: $\forall\alpha$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 9y = \cosh^2 x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2}{p(p^2-4)(p^2-9)}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{2}{(p^2-1)(p+1)^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p-2}{p(p^2-4)(p^2-9)}$
$\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{6}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{3p}{(p^2-1)^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2-2}{p(p^2-4)(p^2-9)}$

---

8. La trasformata di Fourier per $\xi \neq 0$ della funzione $u(x) = x\chi_{[-1,1]}(x)$, $x \in \mathbf{R}$ dove $\chi_{[-1,1]}$ è la funzione caratteristica di $[-1, 1]$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\widehat{u}(\xi) = \left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\widehat{u}(\xi) = \sin\xi$ $\boxed{\text{D}}$: $\widehat{u}(\xi) = \cos\xi + \xi$
$\boxed{\text{E}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}\left(\cos\xi - \dfrac{\sin\xi}{\xi}\right)$ $\boxed{\text{F}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2}{\xi}\left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 25 luglio 2005 Compito 2

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = $+4$; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}\left[\frac{4}{\sqrt{n}} + (-1)^n\right]$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: non converge per $1/2 < \alpha < 1$ $\boxed{\text{B}}$: converge assolutamente per $\alpha > 1$, converge semplicemente per $1/2 < \alpha \le 1$, non converge per $\alpha \le 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: converge assolutamente per ogni $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: converge semplicemente per $\alpha \ge \frac{1}{4}$

---

2. L'insieme di convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{3^{nx}}{n 9^{n-1} 6^{n-1}}, \quad x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathbf{R}$ $\boxed{\text{B}}$: $[-1, \log_3 6]$ $\boxed{\text{C}}$: $\{0\}$ $\boxed{\text{D}}$: $[0, +\infty)$ $\boxed{\text{E}}$: $(-\infty, 2 + \log_3 6]$ $\boxed{\text{F}}$: $[1, \log_3 6]$

---

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} 7^n (7 + \cos n) x^n, \quad x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $R = \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: $R = 7$ $\boxed{\text{C}}$: $R = 0$ $\boxed{\text{D}}$: $R = +\infty$ $\boxed{\text{E}}$: $R = \frac{1}{10}$ $\boxed{\text{F}}$: $R = \frac{1}{7}$

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n \ge 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin(7nx)}{\sqrt{7n}}, \quad x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f_n'\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f_n'\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (f) $\lim_{n \to +\infty} \int_0^7 f_n(x)\, dx = 0$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b e $\boxed{\text{C}}$: a c d $\boxed{\text{D}}$: f c $\boxed{\text{E}}$: a e f $\boxed{\text{F}}$: a f

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = \sin(4x^2), \quad |x| \le \pi$. Delle seguenti affermazioni

(a) la sua serie di Fourier converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) la sua serie di Fourier converge in media quadratica in $[-\pi, \pi]$ (c) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $]-\pi, \pi[$ e non in $[-\pi, \pi]$ (d) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $[-\pi, \pi]$ (e) la serie delle derivate converge a f' in $[-\pi, \pi]$ (f) i coefficienti $b_n = 0, \forall n$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b d $\boxed{\text{C}}$: a c e f $\boxed{\text{D}}$: a b c f $\boxed{\text{E}}$: b c e $\boxed{\text{F}}$: a d f

---

6. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\sqrt{(x+1)} \log^\alpha (1 + x^4)}\, dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $0 < \alpha \le 5$ $\boxed{\text{B}}$: $0 \le \alpha < 1/4$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 1/4$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \le 1/4$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \ge 1/4$ $\boxed{\text{F}}$: $\forall \alpha$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 16y = \cosh^2 x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2}{p(p^2-4)(p^2-16)}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2-2}{p(p^2-4)(p^2-16)}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{2}{(p^2-1)(p+1)^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p-2}{p(p^2-4)(p^2-16)}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{8}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4p}{(p^2-1)^2}$

---

8. La trasformata di Fourier per $\xi \ne 0$ della funzione $u(x) = x\chi_{[-1,1]}(x)$, $x \in \mathbf{R}$ dove $\chi_{[-1,1]}$ è la funzione caratteristica di $[-1, 1]$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}\left(\cos\xi - \dfrac{\sin\xi}{\xi}\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\widehat{u}(\xi) = \left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}$ $\boxed{\text{D}}$: $\widehat{u}(\xi) = \sin\xi$ $\boxed{\text{E}}$: $\widehat{u}(\xi) = \cos\xi + \xi$ $\boxed{\text{F}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2}{\xi}\left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 25 luglio 2005 Compito 3

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}\left[\frac{5}{\sqrt{n}} + (-1)^n\right]$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: non converge per $1/2 < \alpha < 1$ $\boxed{\text{B}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{D}}$: converge assolutamente per ogni $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: converge assolutamente per $\alpha > 1$, converge semplicemente per $1/2 < \alpha \le 1$, non converge per $\alpha \le 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: converge semplicemente per $\alpha \ge \frac{1}{5}$

---

2. L'insieme di convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{3^{nx}}{n9^{n-1}8^{n-1}}$, $x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathbf{R}$ $\boxed{\text{B}}$: $[-1, \log_3 8]$ $\boxed{\text{C}}$: $(-\infty, 2+\log_3 8]$ $\boxed{\text{D}}$: $\{0\}$ $\boxed{\text{E}}$: $[0, +\infty)$ $\boxed{\text{F}}$: $[1, \log_3 8]$

---

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} 9^n(9+\cos n)x^n$, $x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $R = \frac{1}{8}$ $\boxed{\text{B}}$: $R = \frac{1}{9}$ $\boxed{\text{C}}$: $R = 9$ $\boxed{\text{D}}$: $R = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $R = +\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $R = \frac{1}{13}$

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\ge1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin(9nx)}{\sqrt{9n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$
(c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f_n'\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f_n'\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$
(f) $\lim_{n\to+\infty}\int_0^9 f_n(x)\,dx = 0$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b e $\boxed{\text{C}}$: a c d $\boxed{\text{D}}$: a f $\boxed{\text{E}}$: f c $\boxed{\text{F}}$: a e f

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = \sin(5x^2)$, $|x| \le \pi$. Delle seguenti affermazioni

(a) la sua serie di Fourier converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) la sua serie di Fourier converge in media quadratica in $[-\pi, \pi]$ (c) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $]-\pi, \pi[$ e non in $[-\pi, \pi]$ (d) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $[-\pi, \pi]$ (e) la serie delle derivate converge a f' in $[-\pi, \pi]$ (f) i coefficienti $b_n = 0, \forall n$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b d $\boxed{\text{C}}$: a c e f $\boxed{\text{D}}$: b c e $\boxed{\text{E}}$: a b c f $\boxed{\text{F}}$: a d f

---

6. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin\frac{1}{x}}{\sqrt{(x+1)}\log^\alpha(1+x^5)}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $0 < \alpha \le 6$ $\boxed{\text{B}}$: $0 \le \alpha < 1/5$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \le 1/5$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \ge 1/5$ $\boxed{\text{E}}$: $\forall\alpha$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha < 1/5$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 25y = \cosh^2 x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2}{p(p^2-4)(p^2-25)}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{2}{(p^2-1)(p+1)^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p-2}{p(p^2-4)(p^2-25)}$
$\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{10}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2-2}{p(p^2-4)(p^2-25)}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{5p}{(p^2-1)^2}$

---

8. La trasformata di Fourier per $\xi \ne 0$ della funzione $u(x) = x\chi_{[-1,1]}(x)$, $x \in \mathbf{R}$ dove $\chi_{[-1,1]}$ è la funzione caratteristica di $[-1, 1]$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\widehat{u}(\xi) = \left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}\left(\cos\xi - \dfrac{\sin\xi}{\xi}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}$ $\boxed{\text{D}}$: $\widehat{u}(\xi) = \sin\xi$
$\boxed{\text{E}}$: $\widehat{u}(\xi) = \cos\xi + \xi$ $\boxed{\text{F}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2}{\xi}\left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 25 luglio 2005 Compito 4

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}\left[\frac{6}{\sqrt{n}} + (-1)^n\right]$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: converge assolutamente per $\alpha > 1$, converge semplicemente per $1/2 < \alpha \leq 1$, non converge per $\alpha \leq 1/2$ $\boxed{\text{B}}$: non converge per $1/2 < \alpha < 1$ $\boxed{\text{C}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: converge assolutamente per ogni $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: converge semplicemente per $\alpha \geq \frac{1}{6}$

---

2. L'insieme di convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{3^{nx}}{n9^{n-1}10^{n-1}}$, $\quad x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathbf{R}$ $\boxed{\text{B}}$: $[-1, \log_3 10]$ $\boxed{\text{C}}$: $\{0\}$ $\boxed{\text{D}}$: $(-\infty, 2 + \log_3 10]$ $\boxed{\text{E}}$: $[0, +\infty)$ $\boxed{\text{F}}$: $[1, \log_3 10]$

---

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} 11^n(11 + \cos n)x^n$, $\quad x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $R = \frac{1}{10}$ $\boxed{\text{B}}$: $R = 11$ $\boxed{\text{C}}$: $R = 0$ $\boxed{\text{D}}$: $R = \frac{1}{11}$ $\boxed{\text{E}}$: $R = +\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $R = \frac{1}{16}$

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin(11nx)}{\sqrt{11n}}$, $\quad x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$
(c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$
(f) $\lim_{n\to+\infty}\int_0^{11} f_n(x)\,dx = 0$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b e $\boxed{\text{C}}$: a c d $\boxed{\text{D}}$: f c $\boxed{\text{E}}$: a e f $\boxed{\text{F}}$: a f

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $\quad f(x) = \sin(6x^2)$, $\quad |x| \leq \pi$. $\quad$ Delle seguenti affermazioni

(a) la sua serie di Fourier converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) la sua serie di Fourier converge in media quadratica in $[-\pi, \pi]$ (c) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $]-\pi, \pi[$ e non in $[-\pi, \pi]$ (d) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $[-\pi, \pi]$ (e) la serie delle derivate converge a f' in $[-\pi, \pi]$ (f) i coefficienti $b_n = 0, \forall n$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d f $\boxed{\text{B}}$: a b d $\boxed{\text{C}}$: a c e f $\boxed{\text{D}}$: b c e $\boxed{\text{E}}$: a d f $\boxed{\text{F}}$: a b c f

---

6. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin\frac{1}{x}}{\sqrt{(x+1)}\log^\alpha(1+x^6)}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $0 < \alpha \leq 7$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < 1/6$ $\boxed{\text{C}}$: $0 \leq \alpha < 1/6$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq 1/6$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 1/6$ $\boxed{\text{F}}$: $\forall\alpha$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 36y = \cosh^2 x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2}{p(p^2-4)(p^2-36)}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{2}{(p^2-1)(p+1)^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2-2}{p(p^2-4)(p^2-36)}$
$\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p-2}{p(p^2-4)(p^2-36)}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{12}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{6p}{(p^2-1)^2}$

---

8. La trasformata di Fourier per $\xi \neq 0$ della funzione $\quad u(x) = x\chi_{[-1,1]}(x)$, $\ x \in \mathbf{R}$ dove $\chi_{[-1,1]}$ è la funzione caratteristica di $[-1, 1]$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\widehat{u}(\xi) = \left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\widehat{u}(\xi) = \sin\xi$ $\boxed{\text{D}}$: $\widehat{u}(\xi) = \cos\xi + \xi$
$\boxed{\text{E}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}\left(\cos\xi - \dfrac{\sin\xi}{\xi}\right)$ $\boxed{\text{F}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2}{\xi}\left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 25 luglio 2005 Compito 5

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}\left[\frac{7}{\sqrt{n}} + (-1)^n\right]$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: non converge per $1/2 < \alpha < 1$ $\boxed{\text{B}}$: converge assolutamente per $\alpha > 1$, converge semplicemente per $1/2 < \alpha \leq 1$, non converge per $\alpha \leq 1/2$ $\boxed{\text{C}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: converge solo semplicemente per $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{E}}$: converge assolutamente per ogni $\alpha > 1/2$ $\boxed{\text{F}}$: converge semplicemente per $\alpha \geq \frac{1}{7}$

---

2. L'insieme di convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1}\frac{3^{nx}}{n9^{n-1}12^{n-1}}$, $x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathbf{R}$ $\boxed{\text{B}}$: $[-1, \log_3 12]$ $\boxed{\text{C}}$: $\{0\}$ $\boxed{\text{D}}$: $[0, +\infty)$ $\boxed{\text{E}}$: $(-\infty, 2 + \log_3 12]$ $\boxed{\text{F}}$: $[1, \log_3 12]$

---

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} 13^n(13 + \cos n)x^n$, $x \in \mathbf{R}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $R = \frac{1}{12}$ $\boxed{\text{B}}$: $R = 13$ $\boxed{\text{C}}$: $R = 0$ $\boxed{\text{D}}$: $R = +\infty$ $\boxed{\text{E}}$: $R = \frac{1}{19}$ $\boxed{\text{F}}$: $R = \frac{1}{13}$

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin(13nx)}{\sqrt{13n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f_n'\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f_n'\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (f) $\lim_{n\to+\infty} \int_0^{13} f_n(x)\, dx = 0$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a f $\boxed{\text{B}}$: b d f $\boxed{\text{C}}$: a b e $\boxed{\text{D}}$: a c d $\boxed{\text{E}}$: f c $\boxed{\text{F}}$: a e f

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = \sin(7x^2)$, $|x| \leq \pi$. Delle seguenti affermazioni

(a) la sua serie di Fourier converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) la sua serie di Fourier converge in media quadratica in $[-\pi, \pi]$ (c) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $]-\pi, \pi[$ e non in $[-\pi, \pi]$ (d) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine in $[-\pi, \pi]$ (e) la serie delle derivate converge a f' in $[-\pi, \pi]$ (f) i coefficienti $b_n = 0, \forall n$. Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b c f $\boxed{\text{B}}$: b d f $\boxed{\text{C}}$: a b d $\boxed{\text{D}}$: a c e f $\boxed{\text{E}}$: b c e $\boxed{\text{F}}$: a d f

---

6. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin\frac{1}{x}}{\sqrt{(x+1)}\log^\alpha(1+x^7)}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $0 < \alpha \leq 8$ $\boxed{\text{B}}$: $0 \leq \alpha < 1/7$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 1/7$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq 1/7$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq 1/7$ $\boxed{\text{F}}$: $\forall\alpha$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 49y = \cosh^2 x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2}{p(p^2-4)(p^2-49)}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p^2-2}{p(p^2-4)(p^2-49)}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{2}{(p^2-1)(p+1)^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p-2}{p(p^2-4)(p^2-49)}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{14}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{7p}{(p^2-1)^2}$

---

8. La trasformata di Fourier per $\xi \neq 0$ della funzione $u(x) = x\chi_{[-1,1]}(x)$, $x \in \mathbf{R}$ dove $\chi_{[-1,1]}$ è la funzione caratteristica di $[-1,1]$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\widehat{u}(\xi) = \left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}$ $\boxed{\text{C}}$: $\widehat{u}(\xi) = \sin\xi$ $\boxed{\text{D}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2i}{\xi}\left(\cos\xi - \dfrac{\sin\xi}{\xi}\right)$ $\boxed{\text{E}}$: $\widehat{u}(\xi) = \cos\xi + \xi$ $\boxed{\text{F}}$: $\widehat{u}(\xi) = \dfrac{2}{\xi}\left(\dfrac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right)$

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 25 luglio 2005 Compito 6

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -1$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F