

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{e^{\alpha n}}{n^2} + \frac{\log(n+1) - \log n}{n^{\alpha+2} \log n} \right)$ converge se e solo se

Risp.: **A** : $-2 \leq \alpha \leq 0$ **B** : $-2 \leq \alpha < 0$ **C** : $-2 < \alpha < 0$ **D** : $\alpha \leq 0$ **E** : $-2 < \alpha \leq 0$ **F** : $\alpha \geq -2$

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+2}{n^2} \cdot \frac{x^{n+7}}{(x+4)^n}$ converge se e solo se

Risp.: **A** : $x \geq -2$ **B** : $x \leq -2$ **C** : $x > -4$ **D** : $x > 2$ **E** : $x > -2$ **F** : $x \geq 2$

3. La serie di funzioni $\sum_{n=0}^{+\infty} \left((2x)^{n+1} - (2x)^n \right)$

Risp.: **A** : converge puntualmente ma non uniformemente in $[0, 1/6]$ **B** : converge uniformemente in $[0, 1/4]$
C : converge uniformemente in $[1/4, 1/2]$ **D** : converge puntualmente solo in $[0, 1/4]$ **E** : converge puntualmente in $[0, 1]$ **F** : converge puntualmente in $]0, 2[$

4. Sia $\{f_n(x)\}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \frac{nx}{1+2n^2x^2}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente a $f(x) = 1/(2x)$ per ogni $x \in]0, 2[$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente a $f(x) = 0$ per ogni $x \in [0, 8]$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente a $f(x) = 0$ in $[0, 7]$ (d) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente a $f(x) = 1$ in $]0, 2[$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : b **B** : a **C** : b, c **D** : d **E** : c **F** : nessuna delle precedenti

5. Sia f la funzione 2π -periodica definita da $f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{se } \frac{\pi}{2} \leq |x| \leq \pi. \end{cases}$ Delle seguenti affermazioni

(a) la sua serie di Fourier converge puntualmente a $f(x)$ in $[-\pi, \pi]$ (b) la sua serie di Fourier converge uniformemente a $f(x)$ in \mathbf{R} (c) la sua serie di Fourier è derivabile termine a termine su $] -\pi, \pi[$ e la serie delle derivate converge a f' (d) a_0 vale $\frac{2}{\pi}$ e a_1 vale $\frac{1}{2}$ (e) la sua serie di Fourier **non** converge uniformemente in alcun intervallo contenente punti del tipo $x = k\pi, k \in \mathbf{Z}$ (f) la sua serie di Fourier converge a $\frac{1}{2}$ in $x = \frac{\pi}{4}$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : c, d, e **B** : b, f **C** : a, b, d **D** : a, c, d **E** : b, d **F** : a, b, f

6. Siano $\alpha, \beta \in \mathbf{R}, \beta > 0$. L'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{e^x (\log(1+x))^{2\beta}}{(e^x - 1)^\alpha} dx$ converge se e solo se

Risp.: **A** : $1 \leq \alpha < 1 + 2\beta$ **B** : $1 < \alpha \leq 1 + 2\beta$ **C** : $\alpha > 1, \beta \leq 2$ **D** : $1 < \alpha < 1 + 2\beta$ **E** : $\alpha > 1, \beta > 1$
F : $1 \leq \alpha \leq 2 + 2\beta$

7. Calcolare la funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[x u(x)](p) = -\frac{4-p^2}{(p^2+4)^2}$ ($\mathcal{L}[f]$ indica la trasformata di Laplace di f).

Risp.: **A** : $u(x) = \sin^2(2x)H(x)$ **B** : $u(x) = (e^{2x} + \cos(2x))H(x)$ **C** : $u(x) = \sinh(2x)H(x)$ **D** : $u(x) = \cos(2x)H(x)$ **E** : $u(x) = (\sin(2x) + \cos(2x))H(x)$ **F** : $u(x) = \cos^2(2x)H(x)$

8. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$, $-\sqrt{e-1} < \alpha < \sqrt{e-1}$.

Sia y la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x(\log(1+y^2) - 1) \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$ Delle seguenti affermazioni

(a) y è limitata (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0$ (c) y ammette massimo (d) y ammette minimo (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\sqrt{e-1}$ (f) y è pari

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : b, e, f **B** : b, c, d **C** : a, c, f **D** : d, e **E** : a, c, e, f **F** : a, c, e

.....
Cognome e nome

Firma

ANALISI MATEMATICA C

7 gennaio 2003

Compito 1

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 90 min.
-
-

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F