---

1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(n!)^{2\alpha}}{(n+1)!+2}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{A}$: $\alpha \leq \frac{1}{2}$ $\boxed{B}$: $\alpha < \frac{1}{2}$ $\boxed{C}$: $\alpha > \frac{1}{2}$ $\boxed{D}$: $\alpha < \frac{1}{4}$ $\boxed{E}$: $\alpha \leq \frac{1}{4}$ $\boxed{F}$: $\alpha < 1$

---

2. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \int_{\pi/3}^{\pi/2} (-1)^{n+2}(\cos x)^{2n} \sin x \, dx$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: $\arctan(1/2)$ $\boxed{B}$: $\arctan\log(1/4)$ $\boxed{C}$: $-\log(1/2)$ $\boxed{D}$: $\sin(1/2)$ $\boxed{E}$: $\log(1/3)$ $\boxed{F}$: $\cos(1/3)$

---

3. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. La serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n=7}^{+\infty} \frac{7x\exp(-nx^2)}{n^\alpha}$ converge totalmente in $[0,+\infty[$ se e solo se

Risp.: $\boxed{A}$: $\alpha > 1/3$ $\boxed{B}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{C}$: $\alpha \geq 1/3$ $\boxed{D}$: $\alpha \geq 1/2$ $\boxed{E}$: $\alpha > 0$ $\boxed{F}$: $\alpha > 1/2$

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\geq 1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin(2nx)}{7n}$, $x \in [0,\pi/2]$. Sia $f : [0,\pi/2] \to \mathbf{R}$ il limite puntuale di f_n in $[0,\pi/2]$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge a f solo puntualmente in $[0,\pi/2]$ (b) $\{f_n\}$ converge a f uniformemente in $[0,\pi/2]$ (c) esiste $g : [0,\pi/2] \to \mathbf{R}$ tale che $\{f_n'\}$ converge a g puntualmente in $[0,\pi/2]$ (d) esiste $g : [0,\pi/2] \to \mathbf{R}$ tale che $\{f_n'\}$ converge a g uniformemente in $[0,\pi/2]$ (e) $\int_0^{\pi/2} f(x)\,dx = \lim_{n\to+\infty} \int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: b d $\boxed{B}$: e $\boxed{C}$: a c d $\boxed{D}$: b c $\boxed{E}$: b e $\boxed{F}$: a e

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = e^{-|x|}\,\mathrm{sign}\, x$, $x \in]-\pi,0[\cup]0,\pi[$. I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: $\boxed{A}$: $a_n = 0\ \forall n \geq 0$, $b_n = \frac{2}{\pi}\frac{1-(-1)^n e^{-\pi}}{1+n^2} n\ \forall n \geq 1$ $\boxed{B}$: $a_n = 0\ \forall n \geq 0$, $b_n = \frac{(-1)^n e^{-\pi}}{1+n^2}\ \forall n \geq 1$ $\boxed{C}$: $a_n = \frac{e^\pi n}{1+n^2}\ \forall n \geq 0$, $b_n = \frac{2}{\pi}\frac{(-1)^n e^{-\pi}}{1+n^2}\ \forall n \geq 1$ $\boxed{D}$: $a_n = 0\ \forall n \geq 0$, $b_n = \frac{2}{\pi}\frac{1+(-1)^n e^{\pi}}{1+n^2} n\ \forall n \geq 1$ $\boxed{E}$: $a_n = 0\ \forall n \geq 0$, $b_n = \frac{2}{\pi}\frac{1+(-1)^n e^{-\pi}}{1+n^2}\ \forall n \geq 1$ $\boxed{F}$: $a_0 = 0$, $a_n = \frac{e^\pi (n+1)}{1+n^2}\ \forall n \geq 1$, $b_n = \frac{2}{\pi}\frac{(-1)^n e^{\pi}}{1+n^2} n\ \forall n \geq 1$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\cos\left(\frac{2}{x}\right) - 1}{\sqrt{x}\,(e^x - 1)^\alpha}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{A}$: $0 < \alpha \leq 1/2$ $\boxed{B}$: $0 \leq \alpha < 1/4$ $\boxed{C}$: $0 \leq \alpha < 1/2$ $\boxed{D}$: $0 \leq \alpha \leq 1/4$ $\boxed{E}$: $\alpha < 1/2$ $\boxed{F}$: $-1/2 < \alpha < 1$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - y = 2x\sinh x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{A}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4p}{(p-1)^2}$ $\boxed{B}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4}{(p^2-1)(p+1)^2}$ $\boxed{C}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{1}{(p+1)(p-1)^3}$ $\boxed{D}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{E}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{4p}{(p^2-1)^3}$ $\boxed{F}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{2p}{(p^2-1)^4}$

---

8. Calcolare la trasformata di Fourier $\widehat{u}(\xi) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} u(x)e^{-2\pi i\xi x}\,dx$ della funzione $u(x) = \exp\left(-\dfrac{|x|}{2}\right)$, $x \in \mathbf{R}$.

Risp.: $\boxed{A}$: $\widehat{u}(\xi) = \frac{4}{1+2(\pi\xi)^2}$ $\boxed{B}$: $\widehat{u}(\xi) = \frac{4}{1+2(2\pi\xi)^2}$ $\boxed{C}$: $\widehat{u}(\xi) = \frac{4}{2+(\pi\xi)^2}$ $\boxed{D}$: $\widehat{u}(\xi) = \frac{4}{1+4(2\pi\xi)^2}$ $\boxed{E}$: $\widehat{u}(\xi) = \frac{1}{2+4(\pi\xi)^2}$ $\boxed{F}$: $\widehat{u}(\xi) = \frac{4}{1+3(2\pi\xi)^2}$

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 9 dicembre 2003 Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F