

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = 3y(x^3 - x).$$

Allora f ammette

Risp.: **A** : tre punti di sella **B** : due punti di massimo relativo e un punto di minimo relativo
C : due punti di massimo relativo e un punto di sella **D** : due punti di minimo relativo e un punto di sella **E** : cinque punti di sella

2. L'integrale curvilineo

$$\int_{\Gamma} \sqrt{1 + 4x^2 + 6y} ds$$

dove Γ è l'arco di parabola $y = 2x^2$ con $x \in [0, 1]$ vale

Risp.: **A** : 1 **B** : $\frac{16}{3}$ **C** : $\frac{19}{3}$ **D** : 0 **E** : 5

3. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq -2x^2, |x| \leq 1, |y| \leq 2\}$. Allora l'integrale doppio

$$\iint_D \left[\arctan(x(1 - y^2)) + \frac{3}{4} \right] dx dy$$

vale

Risp.: **A** : 0 **B** : 3 **C** : $\arctan 2$ **D** : 2 **E** : $\arctan 3$

4. Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 2π -periodica definita in $] -\pi, \pi]$ da

$$f(x) = \begin{cases} 3(1 - \cos x) & \text{se } |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

e detta $S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$ la sua serie di Fourier, delle seguenti affermazioni (si ricordi che $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$)

(a) $a_0 = 3(1 - \frac{2}{\pi})$ (b) $a_1 = -\frac{3}{2}$ (c) $b_1 = 0$ (d) $S(\pi/2) = \frac{3}{2}$ (e) la serie di Fourier converge uniformemente a f su \mathbb{R}

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (a), (b), (d), (e) **B** : (b), (c), (d) **C** : (a), (b), (d) **D** : (a), (c), (e) **E** : (a), (c), (d)

5. Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{y^2+2} \\ y(0) = y_0 \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) Esiste ed è unica la soluzione globale (b) $y = \pm\sqrt{2}$ sono soluzioni stazionarie (c) la soluzione è sempre crescente (d) la soluzione è sempre concava (e) la soluzione ammette almeno un punto di flesso

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (b), (c), (d) **B** : (a), (c), (e) **C** : (a), (b), (c) **D** : (b), (c), (e) **E** : (a), (b), (e)

SECONDA PARTE:

6. Dare la definizione di derivata direzionale di un campo scalare in una direzione data.
 7. Enunciare il teorema di convergenza della successione delle derivate di funzioni.
-