1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{e^{x\sqrt{|y|}} - \cos(x\sqrt{|y|}) - x\sqrt{|y|}}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$. (b) f non è continua in $(0,0)$. (c) $\nabla f(0,0) = (0,0)$. (d) per qualunque versore $\vec{v} = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$ esiste la derivata direzionale di $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$. (e) f non è differenziabile in $(0,0)$. (f) f è differenziabile in $(0,0)$.

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (c), (d), (e)

---

2. Sia

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ (x-1)^2 + y^2 \leq 1, \ x \leq 1\,, \ y \geq 0\}$$

e sia $f(x,y) = y^2 - x$. Posto $m = \min_T f$ e $M = \max_T f$ si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = -1$, $M = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$, $M = 1$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$, $M = 2$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$, $M = \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $m = -1$, $M = \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: $m = -1$, $M = 2$

---

3. L'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\Gamma \frac{z}{\sqrt{2+x^2+y^2}}\,ds$ sulla curva Γ di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = t\cos t\vec{i} + t\sin t\vec{j} + t\vec{k}$ per $t \in [0, 2\pi]$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π^2 $\boxed{\text{B}}$: 2 $\boxed{\text{C}}$: $2\pi^2$ $\boxed{\text{D}}$: 0 $\boxed{\text{E}}$: -3 $\boxed{\text{F}}$: π

---

4. Sia $\mathcal{S}$ la porzione della superficie $z = 1 - x^2 - y^2$ che si trova nel primo ottante e sia $\vec{F}(x,y,z) = y\vec{i} - x\vec{j} + 3\vec{k}$. Allora $\displaystyle\iint_{\mathcal{S}} \vec{F} \cdot \vec{n}\, d\mathcal{S}$, dove $\vec{n}$ è il versore normale esterno a $\mathcal{S}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{3}{4}\pi$ $\boxed{\text{B}}$: π $\boxed{\text{C}}$: 3π $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{2}\pi$ $\boxed{\text{E}}$: 0 $\boxed{\text{F}}$: $-\frac{3}{4}\pi$

---

5. Per ogni $n \geq 1$ sia

$$f_n(x) = \frac{\cos(nx)}{7 + n^2x^2} \quad x \in \mathbb{R}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge puntualmente a $f(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente a $f(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ (c) $\{f_n\}$ converge uniformemente a $f(x) = 0$ in $\mathbb{R}$ (d) $\{f_n\}$ converge uniformemente a $f(x) = 0$ in $\{x \in \mathbb{R} \ : \ |x| \geq a\}$ per ogni $a > 0$ (e) $\{f_n\}$ non converge uniformemente a $f(x) = 0$ in $\{x \in \mathbb{R} \ : \ |x| \geq a\}$ per ogni $a > 0$ (f) vale la tesi del teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale sull'intervallo $[1, 2]$, le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (d), (f) $\boxed{\text{C}}$: (a), (e), (f) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d), (f), $\boxed{\text{E}}$: (a), (e) $\boxed{\text{F}}$: (d), (f)

---

6. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{per } -\pi < x < 0 \\ \frac{1}{4}\sin x \cos x \quad \text{per } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

estesa ad $\mathbb{R}$ come funzione periodica di periodo 2π. Sia $S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ la sua serie di Fourier. Delle seguenti affermazioni

(a) $a_0 = 1$ (b) $b_1 = 0$ (c) la serie di Fourier converge solo puntualmente ma non uniformemente a f in $\mathbb{R}$ (d) la serie di Fourier converge uniformemente a f in $\mathbb{R}$ (e) $S(\pi) = 1$ (f) $S(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{8}$

tutte e sole le risposte corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (c) (e), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b), (e), (f) $\boxed{\text{F}}$: (b), (d), (f)
