Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n \ln\left(1+\frac{\alpha}{3n}\right)}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \leq \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{5}{2}$

2. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+1)}{(nx+1)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\, dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (d)

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n^2}{n^2+4}\right)^{n^3} x^{2n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e^2 $\boxed{\text{B}}$: e^4 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{D}}$: e $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{e^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e^4}$

4. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{\arctan(7nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$

---

5. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{7x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

(a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a,b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a,b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a,b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c) $\boxed{\text{B}}$: (e), (d) $\boxed{\text{C}}$: (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c)

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2\chi_{[-2,2]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4-\frac{2}{\xi^2}\right) - 8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4-\frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4-\frac{2}{\xi^2}\right)+8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4-\frac{2}{\xi^2}\right)-8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4-\frac{2}{\xi^2}\right)+8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$

---

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x\arctan x\frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{2\alpha}}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$

---

8. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -5 \\ y''(0) = 3 \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}-\frac{2}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2}-\frac{1}{s+1}-\frac{2}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}+\frac{2}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}-\frac{2}{s-1}$

---

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1-\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n\ln\left(1+\frac{\alpha}{3n}\right)}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \leq \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{5}{2}$

---

2. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+1)}{(nx+1)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (d)

---

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n^2}{n^2+4}\right)^{n^3} x^{2n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e^2 $\boxed{\text{B}}$: e^4 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{D}}$: e $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{e^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e^4}$

---

4. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\arctan(7nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$

---

5. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{7x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c) $\boxed{\text{B}}$: (e), (d) $\boxed{\text{C}}$: (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c)

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2\chi_{[-2,2]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4 - \frac{2}{\xi^2}\right)$

$\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[2\xi]\left(4 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 8\frac{\cos[2\xi]}{\xi^2}$

---

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{2\alpha}}\, dx$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$

---

8. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -5 \\ y''(0) = 3 \end{cases}$$

   è data da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{2}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{2}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{2}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{2}{s-1}$

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+2)}{(nx+2)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\, dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (b), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n \ln\left(1+\frac{\alpha}{5n}\right)}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \geq \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \leq \frac{7}{2}$

3. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = -6 \\ y''(0) = 2 \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}-\frac{3}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}+\frac{3}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+1}-\frac{3}{s-1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2}-\frac{1}{s+1}-\frac{3}{s-1}$

---

4. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{\arctan(6nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$

---

5. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{6x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (e), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d) $\boxed{\text{C}}$: (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c) $\boxed{\text{E}}$: (d) $\boxed{\text{F}}$: (a), (e), (d)

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2\chi_{[-3,3]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9-\frac{2}{\xi^2}\right) - 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9-\frac{2}{\xi^2}\right) + 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9-\frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9-\frac{2}{\xi^2}\right) - 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9-\frac{2}{\xi^2}\right) + 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$

---

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{3\alpha}}\,dx$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{E}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

---

8. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{n^3}{n^3+6}\right)^{n^4} x^{2n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e^6 $\boxed{\text{B}}$: e $\boxed{\text{C}}$: e^3 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{e^3}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e^6}$

---

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+2)}{(nx+2)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (b), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

---

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n \ln\left(1+\frac{\alpha}{5n}\right)}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \geq \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{5}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \leq \frac{7}{2}$

---

3. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = -6 \\ y''(0) = 2 \end{cases}$$

   è data da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{3}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{3}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{3}{s-1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{3}{s-1}$

---

4. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\arctan(6nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$

---

5. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{6x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (e), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d) $\boxed{\text{C}}$: (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c) $\boxed{\text{E}}$: (d) $\boxed{\text{F}}$: (a), (e), (d)

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2 \chi_{[-3,3]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9 - \frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[3\xi]\left(9 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 12\frac{\cos[3\xi]}{\xi^2}$

---

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{3\alpha}}\, dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{E}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

---

8. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n^3}{n^3+6}\right)^{n^4} x^{2n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e^6 $\boxed{\text{B}}$: e $\boxed{\text{C}}$: e^3 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{e^3}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e^6}$

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{\arctan(5nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{A}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{B}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{C}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{D}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{E}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{F}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$

2. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2\arctan(nx+3)}{(nx+3)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{A}$: (a), (b), (d) $\boxed{B}$: (b), (c), (e) $\boxed{C}$: (b), (c) $\boxed{D}$: (c), (e) $\boxed{E}$: (b), (c), (d) $\boxed{F}$: (b), (e)

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n \ln\left(1+\frac{\alpha}{7n}\right)}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > \frac{9}{2}$

---

4. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n^4}{n^4+8}\right)^{n^5} x^{2n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e $\boxed{\text{B}}$: e^8 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{e^4}$ $\boxed{\text{D}}$: e^4 $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{e^8}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e}$

---

5. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2 \chi_{[-4,4]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi} \sin[4\xi] \left(16 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi} \sin[4\xi] \left(16 - \frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi} \sin[4\xi] \left(16 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi} \sin[4\xi] \left(16 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi} \sin[4\xi] \left(16 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{4\alpha}}\, dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$

---

7. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{5x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

(a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (d) $\boxed{\text{B}}$: (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (e), (d) $\boxed{\text{D}}$: (e), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c)

---

8. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = -7 \\ y''(0) = 1 \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{4}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{4}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{4}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{4}{s-1}$

---

1. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{\arctan(5nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$

---

2. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2\arctan(nx+3)}{(nx+3)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c) $\boxed{\text{D}}$: (c), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (e)

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1-\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n\ln\left(1+\frac{\alpha}{7n}\right)}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > \frac{9}{2}$

---

4. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{n^4}{n^4+8}\right)^{n^5} x^{2n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e $\boxed{\text{B}}$: e^8 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{e^4}$ $\boxed{\text{D}}$: e^4 $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{e^8}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e}$

---

5. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2\chi_{[-4,4]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[4\xi]\left(16-\frac{2}{\xi^2}\right) - 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[4\xi]\left(16-\frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[4\xi]\left(16-\frac{2}{\xi^2}\right)+16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[4\xi]\left(16-\frac{2}{\xi^2}\right) - 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[4\xi]\left(16-\frac{2}{\xi^2}\right) + 16\frac{\cos[4\xi]}{\xi^2}$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x\arctan x\frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{4\alpha}}\,dx$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$

---

7. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{5x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (d) $\boxed{\text{B}}$: (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (e), (d) $\boxed{\text{D}}$: (e), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c)

---

8. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = -7 \\ y''(0) = 1 \end{cases}$$

   è data da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{4}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{4}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{4}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{4}{s-1}$

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -3 \\ y'(0) = -8 \\ y''(0) = 0 \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{5}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{5}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{5}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{5}{s-1}$

2. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2\chi_{[-5,5]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{5\alpha}}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \geq \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{F}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1-\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n\ln\left(1+\frac{\alpha}{9n}\right)}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{11}{2}$

---

5. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+4)}{(nx+4)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (b), (e)

---

6. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n^5}{n^5+10}\right)^{n^6} x^{2n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e^{10} $\boxed{\text{B}}$: e $\boxed{\text{C}}$: e^5 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{e^5}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e^{10}}$

---

7. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{4x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

(a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (e), (d) $\boxed{\text{B}}$: (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c) $\boxed{\text{F}}$: (a), (e), (d)

---

8. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\arctan(4nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$

---

1. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -3 \\ y'(0) = -8 \\ y''(0) = 0 \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{5}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{5}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{5}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{5}{s-1}$

---

2. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2\chi_{[-5,5]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[5\xi]\left(25 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 20\frac{\cos[5\xi]}{\xi^2}$

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{5\alpha}}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \geq \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{F}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n\ln\left(1+\frac{\alpha}{9n}\right)}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \geq \frac{9}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{11}{2}$

---

5. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2\arctan(nx+4)}{(nx+4)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (c), (e) $\boxed{\text{F}}$: (b), (e)

---

6. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{n^5}{n^5+10}\right)^{n^6} x^{2n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e^{10} $\boxed{\text{B}}$: e $\boxed{\text{C}}$: e^5 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{e^5}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e^{10}}$

---

7. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{4x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (e), (d) $\boxed{\text{B}}$: (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c) $\boxed{\text{F}}$: (a), (e), (d)

---

8. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\arctan(4nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+5)}{(nx+5)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\, dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (b), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

2. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n^6}{n^6+12}\right)^{n^7} x^{2n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{e^6}$ $\boxed{\text{C}}$: e^{12} $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{e^{12}}$ $\boxed{\text{E}}$: e^6 $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e}$

3. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{3x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (e), (d) $\boxed{\text{B}}$: (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c)

---

4. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\arctan(3nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n \ln\left(1+\frac{\alpha}{11n}\right)}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \leq \frac{13}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{13}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{13}{2}$

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2\chi_{[-6,6]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[6\xi]\left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 24\frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[6\xi]\left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 24\frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[6\xi]\left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[6\xi]\left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 24\frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 24\frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[6\xi]\left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 24\frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = -9 \\ y''(0) = -1 \end{cases}$$

   è data da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{6}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{6}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{6}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{6}{s-1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{6\alpha}}\,dx$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \geq \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha < \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \leq \frac{1}{6}$

---

1. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+5)}{(nx+5)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (b), (e) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

---

2. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n^6}{n^6+12}\right)^{n^7} x^{2n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{e^6}$ $\boxed{\text{C}}$: e^{12} $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{e^{12}}$ $\boxed{\text{E}}$: e^6 $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e}$

---

3. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{3x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (e), (d) $\boxed{\text{B}}$: (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c)

---

4. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\arctan(3nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n \ln\left(1+\frac{\alpha}{11n}\right)}$ converge se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \leq \frac{13}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{11}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{13}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{13}{2}$

---

6. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2 \chi_{[-6,6]}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi} \sin[6\xi] \left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 24 \frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi} \sin[6\xi] \left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 24 \frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$

$\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[6\xi]\left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[6\xi]\left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 24\frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = 24\frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[6\xi]\left(36 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 24\frac{\cos[6\xi]}{\xi^2}$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = -9 \\ y''(0) = -1 \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{6}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{6}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{6}{s-1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{6}{s-1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$

---

8. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{6\alpha}}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \geq \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha < \frac{1}{6}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \leq \frac{1}{6}$

Cognome e nome .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\arctan(2nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$

2. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{2x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c) $\boxed{\text{B}}$: (e), (d) $\boxed{\text{C}}$: (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c)

3. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+6)}{(nx+6)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

(a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

---

4. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n^7}{n^7+14}\right)^{n^8} x^{2n}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{e^7}$ $\boxed{\text{C}}$: e^{14} $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{e^{14}}$ $\boxed{\text{E}}$: e^7 $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e}$

---

5. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -5 \\ y'(0) = -10 \\ y''(0) = -2 \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{7}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{7}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{7}{s-1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{7}{s-1}$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n \ln\left(1+\frac{\alpha}{13n}\right)}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{13}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq \frac{15}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{15}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \geq \frac{15}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha < \frac{13}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{13}{2}$

---

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{7\alpha}}\,dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

---

8. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2 \chi_{[-7,7]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi} \sin[7\xi] \left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi} \sin[7\xi] \left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi} \sin[7\xi] \left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi} \sin[7\xi] \left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi} \sin[7\xi] \left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$

---

1. Data la serie di funzioni $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{\arctan(2nx)}{n}\right)^{2n+1}$ e detta $f(x)$ la sua somma, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{B}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$ $\boxed{\text{C}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$ $\boxed{\text{D}}$: la serie converge puntualmente ma non uniformemente ad f su $\mathbb{R}$ e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{E}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx < 0$ $\boxed{\text{F}}$: la serie converge uniformemente ad f su $\mathbb{R}$, e $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx > 0$

---

2. Data la funzione 2π-periodica tale che $f(x) = xe^{2x^3}$ per $x \in [-\pi, \pi[$, e detti a_n e b_n i coefficienti della sua serie di Fourier S, delle seguenti affermazioni

   (a) $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $b_n = 0$ per ogni $n \geq 1$ (c) S converge puntualmente ma non uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (d) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi < a < b < \pi$ (e) S converge uniformemente su ogni intervallo $[a, b]$ con $-\pi \leq a < b < \pi$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c) $\boxed{\text{B}}$: (e), (d) $\boxed{\text{C}}$: (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c)

---

3. Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2 \arctan(nx+6)}{(nx+6)^2+1}$. Delle seguenti affermazioni:

   (a) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-\pi/2, \pi/2[$ (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]0, \pi/2[$ (c) $\{f_n\}$ non converge uniformemente in $[0, \pi/2]$ (d) la successione numerica $\{\int_0^{\pi/2} f_n(x)\,dx\}$ è limitata (e) il limite puntuale di $\{f_n\}$ è una funzione continua in $]0, \pi/2[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{F}}$: (b), (c), (e)

---

4. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{n^7}{n^7+14}\right)^{n^8} x^{2n}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{e^7}$ $\boxed{\text{C}}$: e^{14} $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{e^{14}}$ $\boxed{\text{E}}$: e^7 $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{e}$

---

5. La trasformata di Laplace della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - y' - 2y = 0 \\ y(0) = -5 \\ y'(0) = -10 \\ y''(0) = -2 \end{cases}$$

   è data da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{7}{s-1}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} - \frac{7}{s-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{L}[y] = \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} + \frac{7}{s-1}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{L}[y] = -\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+1} - \frac{7}{s-1}$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n \ln\left(1+\frac{\alpha}{13n}\right)}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > \frac{13}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq \frac{15}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{15}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \geq \frac{15}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha < \frac{13}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \geq \frac{13}{2}$

---

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x \arctan x \frac{1-\cos\frac{1}{x}}{[\ln(1+x)]^{7\alpha}}\, dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: per nessun $\alpha \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha > \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha > 0$

---

8. La trasformata di Fourier della funzione $u(x) = x^2 \chi_{[-7,7]}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[7\xi]\left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[7\xi]\left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\hat{u}(\xi) = 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\hat{u}(\xi) = \frac{2}{\xi}\sin[7\xi]\left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[7\xi]\left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right) - 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\hat{u}(\xi) = -\frac{2}{\xi}\sin[7\xi]\left(49 - \frac{2}{\xi^2}\right) + 28\frac{\cos[7\xi]}{\xi^2}$
