1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{\arctan(x^3)+\sin(y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$. (b) f non è continua in $(0,0)$. (c) $\nabla f(0,0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0) = (0,0)$. (d) non esiste $\nabla f(0,0)$. (e) f non è differenziabile in $(0,0)$. (f) f è differenziabile in $(0,0)$.

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (f) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (f) $\boxed{\text{F}}$: (c), (e)

---

2. Sia

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \leq 0, \quad -1-x \leq y, \quad x^2+y^2 \leq 1\}$$

e sia

$$f(x,y) = 9x^2y.$$

Posto $m = \min_T f$ e $M = \max_T f$ si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = -\frac{4}{3}$, $M = 2\sqrt{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -\frac{4}{3}$, $M = 2$ $\boxed{\text{C}}$: $m = -\frac{1}{3}$, $M = 2\sqrt{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$, $M = 2\sqrt{3}$ $\boxed{\text{E}}$: $m = -\sqrt{3}$, $M = \sqrt{3}$ $\boxed{\text{F}}$: $m = -\frac{4}{3}$, $M = 0$

---

3. Dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x,y,z) = z^2e^{-x}\vec{i} + Ay\sin(\pi z)\vec{j} + \left[y^2\cos(\pi z) + Bze^{-x}\right]\vec{k}$$

si determinino A e B in modo che $\vec{F}$ sia conservativo. Per tali valori di A e B l'integrale curvilineo $I = \int_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma$, dove Γ è il segmento che congiunge i punti $(0,0,\sqrt{2})$ e $(0,\pi,1)$ percorso dal primo punto al secondo, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: -1 $\boxed{\text{C}}$: 1 $\boxed{\text{D}}$: 3 $\boxed{\text{E}}$: -3 $\boxed{\text{F}}$: $\sqrt{2}$

---

4. Sia $\mathcal{S}$ la superficie data in forma parametrica $\vec{r}(u,v) = u\,v\,\vec{i} + (u+v)\vec{j} + (u-v)\vec{k}$ con $(u,v) \in T = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : \ u^2+v^2 \leq 1\}$. Allora l'area di $\mathcal{S}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{2}{3}\pi 3^{3/2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}\pi$ $\boxed{\text{C}}$: $\pi 3^{3/2} - \frac{8}{3}\pi$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi 3^{3/2} - \frac{8}{3}\pi$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{8}{3}\pi$

---

5. Per ogni $n \geq 1$ sia

$$f_n(x) = \log\left(2 + n^{x^2-1}\right) \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a)l'insieme di convergenza puntuale è $[-1,1]$ (b) l'insieme di convergenza puntuale è $(-1,1)$ (c) f_n converge uniformemente in $[-1,1]$ (d) f_n converge uniformemente in $[-A,A]$ per qualsiasi $0<A<1$ (e) la successione delle derivate f_n' converge puntualmente in $I=]-1,1[$ alla funzione $g(x)=0$ (f) la successione delle derivate f_n' converge puntualmente in $I=]-1,1[$ ad una funzione $g(x)$ non identicamente nulla,

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (b), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{E}}$: (b),(d), (e) $\boxed{\text{F}}$: (a), (f)

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n(x^2-4)}}{n^\alpha n^7}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ la serie converge puntualmente in $(-2,2)$ (b) $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ la serie converge puntualmente in $[-2,2]$ (c) la serie converge in $x=\pm 2$ se e solo se $\alpha > -6$ (d) $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ la serie diverge se $|x|>2$ (e) la serie converge totalmente in $I=[-2,2]$ se e solo se $\alpha > -6$ (f) $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ la serie converge puntualmente e non assolutamente in $I=[-2,2]$

tutte e sole le risposte corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (f) $\boxed{\text{E}}$: (a), (b), (d), (f) $\boxed{\text{F}}$: (a), (d)
