1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} 7(x^2+y^2)\sin\frac{1}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \quad \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette solo derivate parziali ma non le altre derivate direzionali in $(0,0)$ (c) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ e tali derivate valgono 0 (d) f è differenziabile in $(0,0)$ (e) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b) $\boxed{\text{B}}$: (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c)

---

2. Data la curva Γ di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = e^t \cos t\,\vec{i} + e^t \sin t\,\vec{j} + t\,\vec{k} \quad t \in [0, 2\pi],$$

l'integrale $I = \int_\Gamma (x^2+y^2)\,ds$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{6}\left[\left(2e^{4\pi}+1\right)^{\frac{3}{2}} - 3^{\frac{3}{2}}\right]$ $\boxed{\text{B}}$: $\left[\left(2e^{4\pi}+1\right)^{\frac{3}{2}} - 3^{\frac{3}{2}}\right]$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{6}\left[\left(2e^{4\pi}+1\right)^{\frac{3}{2}}\right]$ $\boxed{\text{D}}$: $-3^{\frac{3}{2}}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{6}\left[\left(2e^{4\pi}\right)^{\frac{3}{2}} - 1\right]$

---

3. Sia S la superficie data dalla porzione di cilindro circolare di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(\theta, z) = 2\cos\theta\vec{i} + 2\sin\theta\vec{j} + z\vec{k} \quad (\theta, z) \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \times [0, 3].$$

Allora

$$\iint_S x^2 e^z \, dS$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 2π $\boxed{\text{B}}$: (e^3-1) $\boxed{\text{C}}$: $\frac{\pi}{2}(e^3-1)$ $\boxed{\text{D}}$: $8(e^3-1)$ $\boxed{\text{E}}$: $4\pi(e^3-1)$

---

4. Sia data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \arctan\left((n+1)^7\left(\frac{x}{2}\right)^n\right).$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f_n converge puntualmente a $f(x) = 0$ in $\mathbb{R}$ (b) f_n converge puntualmente in $]-2, +\infty[$ alla funzione $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } |x| < 2 \\ \frac{\pi}{2} & \text{per } x \geq 2 \end{cases}$ (c) converge uniformemente in $\mathbb{R}$ (d) converge uniformemente solo sui sottointervalli del tipo $[-a, a]$ per qualsiasi $0 < a < 2$ e su $[2, +\infty[$ (e) non converge mai uniformemente in qualunque sottointervallo di $\mathbb{R}$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b) $\boxed{\text{E}}$: (a), (e)

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione periodica di periodo 2π definita in $[-\pi, \pi)$ da

$$f(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{se} \quad -\pi \leq x < 0 \\ \frac{6}{\pi} x \quad \text{se} \ 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 3 \sin x \quad \text{se} \ \frac{\pi}{2} \leq x < \pi. \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $a_1 = \frac{3}{\pi}(\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi})$; (b) la serie di Fourier associata a f converge solo puntualmente in $\mathbb{R}$ a f; (c) la serie di Fourier associata a f converge uniformemente in $\mathbb{R}$ a f; (d) detta $S(x)$ la somma della serie di Fourier, si ha $S(\frac{\pi}{2}) = 3$; (e) detta $S(x)$ la somma della serie di Fourier, si ha $S(\frac{\pi}{2}) = 0$.

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a) (c) (e) $\boxed{\text{B}}$: (a) (c) (d) $\boxed{\text{C}}$: (a) (b) (e) $\boxed{\text{D}}$: (c) (d) $\boxed{\text{E}}$: (b) (e)

SECONDA PARTE:

6. Dare la definizione di punto di estremo relativo e di punto stazionario per un campo scalare.

7. Scrivere l'enunciato del Teorema "Test della matrice Hessiana" per una funzione di n variabili.