1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x^2+2xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

*Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : È continua in $(0,0)$ ma non è differenziabile in $(0,0)$ $\boxed{\text{B}}$ : È differenziabile in $(0,0)$ $\boxed{\text{C}}$ : Non è continua in $(0,0)$ $\boxed{\text{D}}$ : Esistono entrambe le derivate parziali in $(0,0)$ e non è continua in $(0,0)$ $\boxed{\text{E}}$ : È continua in $(0,0)$ e esistono entrambe le derivate parziali in $(0,0)$

---

2. Si consideri la successione di funzioni $\{f_n\}_{n\geq 1}$ definita da

$$f_n(x) = \arctan(n^{x-7}), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) l'insieme di convergenza puntuale $I$ è $\mathbb{R}$ (b) l'insieme di convergenza puntuale $I$ è $(-\infty, 7]$ (c) l'insieme di convergenza puntuale $I$ è $[7, +\infty)$ (d) $f_n$ converge uniformemente su $I$ (e) $f_n$ converge uniformemente su $(-\infty, a]$ con $a < 7$ (f) $f_n$ converge uniformemente su $[b, +\infty)$ con $b > 7$

le uniche corrette sono

*Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : (a), (d), (e), (f) $\boxed{\text{B}}$ : (a), (e), (f) $\boxed{\text{C}}$ : (b), (d) $\boxed{\text{D}}$ : (a), (f) $\boxed{\text{E}}$ : (c), (f)

---

3. La serie di funzioni

$$\sum_{n=7}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{x}{n}\right)}{x^2+7n}, \quad x \in \mathbb{R}$$

(*può essere utile ricordare che* $|\sin t| \leq |t|, \ \forall t \in \mathbb{R}$)

*Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbb{R}$ $\boxed{\text{B}}$ : converge puntualmente ma non totalmente in $\mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$ : converge puntualmente solo su $[-M, M]$ con $0 < M < 1$ $\boxed{\text{D}}$ : converge totalmente solo su $[0, M]$ con $0 < M < 1$ $\boxed{\text{E}}$ : converge totalmente in $\mathbb{R}$

---

4. Si consideri il campo vettoriale $\vec{F} = F_1\,\vec{i} + F_2\,\vec{j} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definito da

$$\vec{F}(x,y) = ye^x\,\vec{i} + (e^x - \cos y)\,\vec{j}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\vec{F}$ è conservativo (b) $\oint_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma = 49\pi$, dove $\Gamma$ è la circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio 7 percorsa una volta in senso antiorario (c) il campo scalare $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definito da $\varphi(x,y) = ye^x - \sin y + 7$ è un potenziale per $\vec{F}$ (d) $\int_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma = 7\pi e$, dove $\Gamma$ è l'arco di curva $y = 7\pi\sqrt{x}$, $x \in [0,1]$ (e) $\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} = ye^x, \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$

le uniche corrette sono

*Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : (a), (b), (c) $\boxed{\text{B}}$ : (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$ : (a), (c), (e) $\boxed{\text{D}}$ : (b), (e) $\boxed{\text{E}}$ : (a), (c), (d)

---

5. Il volume del solido $S$ definito da $\quad S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + y^2 \leq 4\,, \qquad 0 \leq z \leq x + 2\}$ vale

   *Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : $\pi$ $\quad\boxed{\text{B}}$ : $4\pi$ $\quad\boxed{\text{C}}$ : $4$ $\quad\boxed{\text{D}}$ : $2\pi$ $\quad\boxed{\text{E}}$ : $2$

---

**SECONDA PARTE:**

6. Dare la definizione di lunghezza d'arco (o ascissa curvilinea) di una curva.

7. Enunciare il teorema di esistenza e unicità della soluzione del Problema di Cauchy.

---