

1. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} (e^{7 \sin x} - 1) \frac{xy^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

*Risp.:* **A** :  $f$  è continua ma non differenziabile in  $(0, 0)$  **B** :  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$  **C** :  $f$  non è continua in  $(0, 0)$  **D** :  $f$  è derivabile lungo ogni direzione ma non è differenziabile in  $(0, 0)$  **E** :  $f$  è derivabile lungo ogni direzione ma non è continua in  $(0, 0)$  **F** :  $f$  non è derivabile lungo ogni direzione

2. Siano  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x, y) = (2y - x^2)^4(y + x + \alpha).$$

Al variare di  $\alpha$ , il punto  $(0, 0)$

*Risp.:* **A** : è minimo locale per  $\alpha < 0$ , massimo locale per  $\alpha > 0$  e sella per  $\alpha = 0$  **B** : è minimo locale per  $\alpha \neq 0$  e sella per  $\alpha = 0$  **C** : è massimo locale per  $\alpha \neq 0$  e sella per  $\alpha = 0$  **D** : non è mai stazionario **E** : è massimo locale per  $\alpha < 0$ , minimo locale per  $\alpha > 0$  e sella per  $\alpha = 0$  **F** : è un punto di sella per ogni  $\alpha$

3. La lunghezza della curva di equazione parametrica  $\vec{r}(t) = 6t^2\vec{i} + 4t^3\vec{j}$ , dove  $t \in [-2, 2]$  vale

*Risp.:* **A** : 0 **B** :  $5^{3/2}$  **C** : 8 **D** :  $8[5^{3/2} - 1]$  **E** :  $8[5^{3/2} + 1]$  **F** :  $5^{3/2} - 1$

4. L'integrale triplo

$$\iiint_T (2x + 2) \, dx \, dy \, dz$$

dove  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \leq 3 - (x^2 + y^2), 1 \leq z \leq 2\}$  vale

*Risp.:* **A** :  $3\pi$  **B** :  $\pi$  **C** : 0 **D** :  $-3\pi$  **E** :  $4\pi$  **F** :  $-\pi$

5. Sia  $\alpha > 0$ . Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{x}{n^\alpha} e^{-\frac{x^2}{n^4}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) converge puntualmente in  $\mathbb{R}$  per ogni  $\alpha > 0$  (b) converge puntualmente in  $\mathbb{R}$  se e solo se  $\alpha > 2$  (c) converge uniformemente in  $\mathbb{R}$  per  $\alpha > 2$  (d) converge uniformemente in  $\mathbb{R}$  per  $\alpha \geq 2$  (e) converge uniformemente sugli intervalli  $[a, b]$  per ogni  $\alpha > 0$

le uniche corrette sono

*Risp.:* **A** : (b), (c) **B** : (a), (d), (e) **C** : (a), (d) **D** : (b), (e) **E** : (c), (e) **F** : (a), (c), (e)

6. Sia data la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + 3^n}{\ln(n+1)} x^n.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) l'insieme di convergenza puntuale è  $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$  (b) l'insieme di convergenza puntuale è  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$   
(c) l'insieme di convergenza puntuale è  $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$  (d) converge uniformemente in  $[-\frac{1}{3}, a]$  con  
 $0 < a < \frac{1}{3}$  (e) converge totalmente in  $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$

le uniche corrette sono

*Risp.:* **A** : (c), (d), (e)   **B** : (a)   **C** : (a), (d)   **D** : (c), (d)   **E** : (b)   **F** : (c), (e)

---