1. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,2)$. Data $g(x,y) = e^{x^2-y^2+2xy}$, siano $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$. Allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 1,\ M = e$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 1,\ M = e^2$ $\boxed{\text{C}}$: $m = e,\ M = e^3$ $\boxed{\text{D}}$: $m = e,\ M = e^2$ $\boxed{\text{E}}$: $m = e^{-1},\ M = e^2$

---

2. Sia dato il campo vettoriale $\overrightarrow{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$\overrightarrow{F}(x,y) = \left(\frac{2x+y}{x^2+y^2+xy+1} + e^y + ye^x\right)\overrightarrow{i} + \left(\frac{x+2y}{x^2+y^2+xy+1} + xe^y + e^x\right)\overrightarrow{j}\ .$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) $\overrightarrow{F}$ è conservativo, (b) $\oint_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \pi$ essendo Γ la circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio 1 (c) $\varphi(x,y) = \log(x^2+y^2+xy+1) + xy(e^x+e^y)$ è un potenziale per $\overrightarrow{F}$ (d) $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \log\frac{5}{2} + 1$ essendo Γ una curva regolare congiungente $(1,0)$ e $(2,0)$ (e) $\frac{\partial F_2}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial F_1}{\partial y}(x,y) = xe^y + ye^x$, per ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d) $\boxed{\text{B}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (a), (c), (d)

---

3. L'integrale doppio

$$\iint_T [2x^3 + \frac{3}{2}]\, dxdy,$$

   dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ -2 + |x| \le y \le \sqrt{4-x^2}\}$, vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\pi + 2$ $\boxed{\text{B}}$: $2(\pi+2)$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: 3π $\boxed{\text{E}}$: $3(\pi+2)$

---

4. Sia $\alpha \ge 7$ e sia data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^n}{(2n+3)(2n+1)^{\alpha-7}}\ , \quad x \in \mathbb{R}.$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) la serie ha raggio di convergenza 1 per ogni $\alpha \ge 7$ (b) la serie converge in $x = 1$ per $\alpha = 7$ (c) la serie converge in $x = -1$ per $\alpha = 7$ (d) la serie converge totalmente in [-1,1] per ogni $\alpha > 7$ (e) la serie converge uniformemente in $[-r, 1]$ per $\alpha = 7$ con $0 < r < 1$.

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e)

---

5. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt{y^2+1}(y-3) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

al variare di $y_0 \in \mathbb{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) esiste unica la soluzione locale, per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ (b) la soluzione è prolungabile su $(-\infty, 0]$, per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ (c) il problema ha due soluzioni stazionarie (d) la soluzione è crescente per ogni $y_0 > 3$ e decrescente per ogni $y_0 < 3$ (e) $\lim_{x\to-\infty} y(x) = 1$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (d), (e)

SECONDA PARTE:

6. Dare la definizione di area di una superficie $\mathcal{S}$ data in forma parametrica.

7. Enunciare il teorema di convergenza della successione delle derivate di funzioni.