1. Siano $T$ il bordo del triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ $(0,1)$ e $f(x,y) = \frac{e^x}{x+y+1}$. Detti $m$ e $M$ il minimo e il massimo di $f$ su $T$ si ha

   *Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : $m = 0$, $M = \frac{e}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ : $m = \frac{1}{2}$, $M = \frac{e}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ : $m = \frac{1}{2}$, $M = \frac{\sqrt{e}}{2}$ $\boxed{\text{D}}$ : $m = \frac{1}{3}$, $M = e^2$ $\boxed{\text{E}}$ : $m = \frac{1}{2}$, $M = 1$.

---

2. Si consideri il campo vettoriale $\vec{F} = F_1\,\vec{i} + F_2\,\vec{j} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definito da

$$\vec{F}(x,y) = (e^y - \sin x)\,\vec{i} + xe^y\,\vec{j}.$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) $\vec{F}$ è conservativo (b) $\oint_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma = \pi$, dove $\Gamma$ è la circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio 3 percorsa una volta in senso antiorario (c) il campo scalare $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definito da $\varphi(x,y) = xe^y + \sin x + 3$ è un potenziale per $\vec{F}$ (d) $\int_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma = \pi e - 2$, dove $\Gamma$ è una curva che congiunge $(0,0)$ con $(\pi,1)$ (e) $\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} = 1\,,\ \forall\,(x,y) \in \mathbb{R}^2$

   le uniche corrette sono

   *Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : (a), (d) $\boxed{\text{B}}$ : (a) $\boxed{\text{C}}$ : (a), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$ : (a), (c), (d) $\boxed{\text{E}}$ : (b), (e)

---

3. Il volume del solido

$$S = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ :\ x^2 + y^2 \le 1,\ \ x^2 + y^2 - 1 \le z \le 4 - x - y\big\}$$

   vale

   *Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : $\pi$ $\boxed{\text{B}}$ : $\frac{9}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ : $9\pi$ $\boxed{\text{D}}$ : $\frac{3}{2}\pi$ $\boxed{\text{E}}$ : $\frac{9}{2}\pi$

---

4. Sia data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + n^2 e^{-(x-3)n}\right), \quad x \in \mathbb{R}$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) la serie converge puntualmente solo in $(3,+\infty)$ (b) la serie converge puntualmente in $\mathbb{R}$ (c) la serie converge totalmente solo in ogni intervallo del tipo $[3+\varepsilon,+\infty)$, per ogni $\varepsilon > 0$ (d) la serie converge totalmente solo in $(3,+\infty)$ (e) la serie converge totalmente in $\mathbb{R}$

   le uniche corrette sono

   *Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : (b), (e) $\boxed{\text{B}}$ : (a), (d) $\boxed{\text{C}}$ : (a), (c) $\boxed{\text{D}}$ : (b), (d) $\boxed{\text{E}}$ : (a), (b), (c)

---

5. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{\cos y}{\cos y + 2} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

al variare di $y_0 \in \mathbb{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) per ogni $y_0$ esiste unica la soluzione locale ma non globale; (b) per ogni $y_0$ esiste unica la soluzione globale; (c) $y = \frac{3}{2}\pi$ è soluzione stazionaria; (d) per $y_0 \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ la soluzione $y(x)$ è sempre crescente e $\lim_{x\to+\infty} y(x) = b$ con $b < \frac{\pi}{2}$; (e) per $y_0 \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi)$ la soluzione $y(x)$ è sempre decrescente e $\lim_{x\to+\infty} y(x) = \frac{\pi}{2}$.

le uniche corrette sono

*Risp.:* $\boxed{\text{A}}$ : (a), (e) $\boxed{\text{B}}$ : (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$ : (b), (c), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$ : (a), (c) $\boxed{\text{E}}$ : (b),(c), (e)

---

**SECONDA PARTE:**

6. Dare la definizione di lunghezza d'arco (o ascissa curvilinea) di una curva.

7. Enunciare il teorema di convergenza in media quadratica della serie di Fourier alla funzione (o di sviluppabilità della funzione in serie di Fourier in media quadratica).