

1. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{3}{2}x^2 + xy + \alpha y^2.$$

Delle seguenti affermazioni

- (a) se $\alpha > \frac{1}{6}$, $(0, 0)$ è punto di minimo relativo (b) se $\alpha < \frac{1}{6}$, $(0, 0)$ è punto di massimo relativo
 (c) se $\alpha < \frac{1}{6}$, $(0, 0)$ è punto di sella (d) se $\alpha = \frac{1}{6}$, f ammette infiniti punti di minimo relativo
 (e) se $\alpha = \frac{1}{6}$, f ammette infiniti punti di sella

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (b), (d) **B** : (c), (e) **C** : (a), (c), (d) **D** : (a), (b), (e) **E** : (a), (e)

2. Dato il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (e^x \sin y + 7y)\vec{i} + (e^x \cos y + 7x - 2y)\vec{j}$ e Γ l'arco di ellisse $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$, con $x \geq 0$, $y \geq 0$, percorso in senso antiorario, l'integrale curvilineo $\int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\Gamma$ vale

Risp.: **A** : 0 **B** : $\sin 2 - 4$ **C** : $\cos 2 - 49$ **D** : $\sin 2 + 7$ **E** : 4

3. Sia S la superficie di rappresentazione parametrica $\vec{r}(u, v) = u \cos v \vec{i}_1 + u \sin v \vec{i}_2 + u^2 \vec{i}_3$ con $(u, v) \in T = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq u \leq \sqrt{2}, 0 \leq v \leq 2\pi\}$. Allora l'area di S vale

Risp.: **A** : $\frac{27}{4}\pi$ **B** : $\frac{4}{3}\pi$ **C** : 9 **D** : $\frac{13}{3}\pi$ **E** : $\frac{1}{2}$

4. Sia data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{n^3 x}{n^3 x^2 + n^2 \log n}, \quad x \in \mathbb{R}, n \geq 2.$$

Delle seguenti affermazioni

- (a) $\{f_n\}$ converge uniformemente su \mathbb{R} (b) $\{f_n\}$ converge puntualmente su \mathbb{R} (c) il limite puntuale f è continuo nel suo dominio (d) $\{f_n\}$ converge uniformemente su $[2, +\infty[$ (e) $\{f_n\}$ non converge uniformemente su $[-1, 1]$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (b), (d), (e) **B** : (a), (b), (d) **C** : (a), (b), (c), (d) **D** : (b), (c), (d) **E** : (a), (d)

5. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, di periodo 2π , definita in $(-\pi, \pi]$ da $f(x) = \frac{|x|}{4}$ e prolungata per periodicità; sia $S(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ la sua serie di Fourier. Delle seguenti affermazioni

- (a) $b_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ (b) $a_0 = \frac{\pi}{4}$ (c) $a_1 = -\frac{1}{2}$ (d) la serie di Fourier converge uniformemente a f in \mathbb{R} (e) $S(2\pi) = 2$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (a), (b) **B** : (a), (b), (d) **C** : (b), (d), (e) **D** : (a), (c), (d) **E** : (c), (e)

SECONDA PARTE:

6. Dare la definizione di derivata direzionale di un campo scalare in una direzione data.
7. Scrivere l'enunciato del Teorema di Stokes.